



CÁLCULO DA CAPACITÂNCIA EQUIVALENTE EM ASSOCIAÇÃO SÉRIE ATRAVÉS DE CONCEITOS DE ANÁLISE COMBINATÓRIA

Lúcio Ângelo Vidal¹, Lia Corrêa da Costa²

¹Professor de Física do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) Campus Cuiabá, Cuiabá-MT. E-mail: lucio.vidal@ifmt.edu.br

²Professora de Matemática do Instituto Federal de Mato Grosso (IFMT) Campus Cuiabá, Cuiabá-MT. E-mail: lia.correa@ifmt.edu.br

Recebido em: 15/11/2022 – Aprovado em: 15/12/2022 – Publicado em: 30/12/2022
DOI: 10.18677/EnciBio_2022D13

RESUMO

O presente trabalho relata uma aula de Física sobre o cálculo de capacitores em série por meio de conceitos de análise combinatória envolvendo vinte e um alunos de engenharia de uma Instituição Pública de Ensino Superior da cidade de Cuiabá. A maneira de cálculo desenvolvida neste artigo não se apresenta em nenhuma outra publicação da disciplina de Física voltada à universidade ou ao ensino médio. Durante o evento, os discentes foram solicitados inicialmente a calcular o capacitor equivalente de uma associação série através da fórmula que aparece comumente nos livros de Física e posteriormente resolveram um problema análogo por meio de uma fórmula aqui proposta envolvendo conceitos de análise combinatória. Como resultado, 76,2% dos aprendizes relataram em palavras escritas a preferência pelo segundo método.

PALAVRAS-CHAVE: capacitores em série; princípios de contagem; fatorial e combinação.

CALCULATION OF EQUIVALENT CAPACITANCE IN SERIES ASSOCIATION THROUGH COMBINATORY ANALYSIS CONCEPTS

ABSTRACT

The present work reports a Physics class on the calculation of capacitors in series through combinatorial analysis concepts involving twenty-one engineering students from a Public Institution of Higher Education in the city of Cuiabá. The method of calculation developed in this article is not presented in any other publication of the Physics discipline aimed at university or high school. During the event, the students were initially asked to calculate the equivalent capacitor of a series association through the formula that commonly appears in Physics books and later they solved an analogous problem through a formula proposed here involving concepts of combinatorics. As a result, 76.2% of the learners reported a preference for the second method in written words.

KEYWORDS: series capacitors; counting principles; factorial and combination

INTRODUÇÃO

Percebe-se que muitos discentes de nível superior da área de exatas, de ensino médio e de ensino fundamental têm dificuldades de resolver muitas operações matemáticas básicas, dentre elas as que envolvem frações.

Sabendo disso, Etcheverria *et al.* (2019), por exemplo, desenvolveram um trabalho focado na discussão do desempenho e nas dificuldades matemáticas de discentes da educação básica e do curso de licenciatura em matemática no cálculo de operações com frações. Os resultados obtidos foram insatisfatórios.

A dificuldade com frações é tamanha que Guerra e Silva (2008) sugerem um método de realizar operações com frações através do princípio da contagem para fins de visualizar através da divisão sucessiva de retângulos as operações. Nesse sentido, Silva *et al.*, (2022) desenvolveram por sua vez, um jogo matemático para promover a habilidade dos alunos do sexto ano do ensino fundamental no referido assunto.

Diante desses relatos, já se pode supor que inevitavelmente as dificuldades com frações também aparecem na disciplina de Física e de uma forma mais geral como sugerem Vidal *et al.* (2021), Hora *et al.* (2018) e Vidal e Cunha (2019) as dificuldades em matemática podem levar às dificuldades e até mesmo em reprovações em física. Uma possibilidade de se detectar dificuldades matemáticas na disciplina de física pode se apresentar, por exemplo, no cálculo de componentes elétricos equivalentes como capacitores, resistores e indutores em um determinado tipo de associação elétrica.

Neste trabalho, destaca-se mais especificamente esse evento no cálculo de capacitância equivalente em série, pois envolve soma de inversos de frações. Para além disso, ainda se sugere uma maneira de tentar contornar o problema através de conceitos de análise combinatória.

O objetivo geral deste artigo é propor uma nova maneira de se calcular a capacitância equivalente em série por meio de conceitos da análise combinatória. Os objetivos específicos, por sua vez, são mostrar como calcular a capacitância equivalente em série pelas operações com fração; explanar os conceitos fundamentais da análise combinatória que darão suporte ao novo método aqui proposto; mostrar exemplos de cálculo com o novo método e solicitar um comparativo entre os métodos para os discentes por escrito.

CAPACITÂNCIA ELÉTRICA

A capacitância (propriedade física) de um capacitor é a quantidade de carga que ele pode armazenar por unidade de diferença de potencial elétrico e pode ser definida como o quociente entre o módulo de uma das suas placas pelo módulo da diferença de potencial entre suas placas (JEWETT JUNIOR ;SERWAY, 2017).

Realizando a análise dimensional do conceito referente à fórmula pela qual é definida a capacidade elétrica, a unidade de capacitância no sistema internacional de unidades é o coulomb por volt (C/V) que também é conhecido por Farad (F). Segundo Chabay e Sherwood (2018), a estrutura básica de um capacitor consiste em duas placas feitas de material condutor separadas por um dielétrico (isolante).

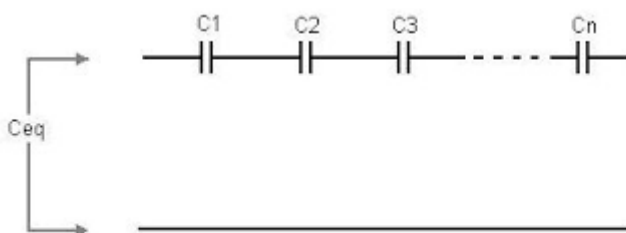
Os capacitores podem inclusive ser classificados quanto ao seu isolante. Entre os mais comuns podem-se citar capacitores a ar, de papel impregnado, eletrolítico, de cerâmica, de mica, de poliestireno, de papel (ROBORTELLA *et al.*, 2021). Entre tantas aplicações de tais dispositivos, pode-se citar condução da corrente alternada e bloqueio da corrente contínua; obter o campo defletor de

osciloscópios; utilização simultânea com indutores em circuitos elétricos oscilantes e diminuição da ondulação da corrente elétrica retificada (ROBORTELLA *et al.*, 2021).

É muito comum que capacitores sejam associados em circuitos elétricos. As associações possíveis são três: série, paralelo e mista (composição de série com paralelo). Enfocar-se-á aqui a análise da associação série porque a capacitância em paralelo não apresenta dificuldade de cálculo uma vez que consiste em uma simples soma direta.

Na Figura 1, pode-se ver um exemplo de associação série para n capacitores:

FIGURA 1. N capacitores associados em série



Fonte: <https://www.infoescola.com/electricidade/associacao-de-capacitores/>

Na associação acima, o cálculo de capacitância equivalente é obtido pela Equação 1:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n} \quad (1)$$

Dessa forma, quando se tem 2 capacitores, a capacitância equivalente é calculada pela Equação 2:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (2)$$

Isolando o C_{eq} , na Equação 3, tem-se:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \quad (3)$$

O capacitor equivalente na Equação 3 pode ser visto como o produto sobre a soma ou em outras palavras, o produto dos dois capacitores dividido pela soma dos produtos tomados um a um.

Quando se tem três capacitores, a capacitância equivalente é calculada pela Equação 4:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \quad (4)$$

Isolando o C_{eq} na Equação 4, tem-se a Equação 5:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2 C_3}{C_1 C_2 + C_1 C_3 + C_2 C_3} \quad (5)$$

Na Equação 5, o capacitor equivalente é o produto de todos os capacitores sobre a soma dos produtos dos três capacitores tomados dois a dois.

Quando se tem 4 capacitores, a capacitância equivalente é calculada pela Equação 6:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_4} \quad (6)$$

Isolando o C_{eq} na Equação 6, tem-se a Equação 7:

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2 C_3 C_4}{C_1 C_2 C_3 + C_1 C_2 C_4 + C_1 C_3 C_4 + C_2 C_3 C_4} \quad (7)$$

A Equação 7 mostra que o capacitor equivalente é o produto de todos os quatro capacitores sobre a soma dos produtos deles tomados 3 a 3. O resultado obtido nas Equações 3, 5 e 7 permite induzir que para n capacitores em série, o capacitor equivalente é o produto de todos os n capacitores divididos pela soma dos produtos dos mesmos n capacitores tomados $n - 1$ a $n - 1$. Tal fato, leva necessariamente a utilização do conceito de combinação referente à análise combinatória.

ANÁLISE COMBINATÓRIA

A análise combinatória estuda as maneiras possíveis de um fenômeno ocorrer (IEZZI *et al.*, 1990). Ela é usada nas mais diversas áreas da ciência e quando associada à probabilidade e estatística, torna-se uma ferramenta poderosa para tomada de decisões (IEZZI *et al.*, 1990).

O princípio fundamental da contagem, um conceito crucial em análise combinatória, afirma que se n eventos independentes um do outro quando ocorrem de forma que o primeiro evento ocorre de x_1 formas, o segundo evento ocorre de x_2 formas, o terceiro evento ocorre de x_3 formas e assim por diante até o enésimo evento ocorrerem de x_n formas, então a forma possíveis de ocorrer os n eventos será igual a $(x_1).(x_2).(x_3)...(x_n)$ formas.

Para abordar a maneira aqui proposta de calcular capacitores em série equivalente é necessário trabalhar os conceitos de fatorial e de combinação simples

pertinentes ao tópico da matemática denominado análise combinatória. Define-se como fatorial de n ou n fatorial, sendo n um número natural diferente de zero e maior que 1, o seguinte produto definido pela Equação 8:

$$n! = n.(n - 1).(n - 2).(n - 3).....2.1 \quad (8)$$

Por definição, $0!$ e $1!$ são iguais a 1(um). Como exemplo da Equação 8, pode-se citar $7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040$

Para definir Combinação simples, pode-se considerar um conjunto $A = \{$ com n elementos e p um número natural, tal que $p \leq n$, chama-se de *combinação simples* dos n elementos de A , tomados p a p , todo subconjunto de A com p elementos (IEZZI *et al*, 1990). A representação matemática usual é $C_{n,p}$ (combinação de n elementos p a p). O cálculo é realizado por meio da Equação 9: Assim, pode-se exemplificar a aplicação da Equação 9.

MATERIAIS E MÉTODOS

A experiência ocorreu com vinte e um alunos pertencentes aos cursos de engenharia de computação e de engenharia de controle do IFMT, campus Cuiabá, em uma aula presencial de Física no dia 21 de setembro de 2022.

Houve basicamente a solicitação para que os alunos de engenharia de controle resolvessem em no máximo trinta minutos o cálculo do capacitor equivalente de quatro capacitores em série cujos valores eram 2 F, 4 F, 5 F e 8 F por meio da forma natural de se resolver, isto é, através da relação que diz que o inverso do capacitor equivalente é igual à soma dos inversos de cada um dos capacitores em separado.

De maneira análoga à proposta no parágrafo anterior, foi solicitado que os alunos de engenharia de computação obtivessem o capacitor equivalente de 1 F, 2 F, 4 F e 5 F da mesma maneira que os alunos de controle fizeram.

Em seguida, foi explanado para as duas turmas em quarenta e cinco minutos pelos professores os conceitos de fatorial e combinação da análise combinatória e resolvido exercícios sobre os dois tópicos com o objetivo de apresentar a maneira de calcular o capacitor equivalente em série em uma nova perspectiva.

Foi induzido passo a passo que o cálculo poderia ser feito através do quociente entre o produto de todos os capacitores sobre a soma dos produtos dos n capacitores tomados $n - 1$ a $n - 1$, ou seja, na particularidade de existir quatro capacitores em série, faz-se o produto dos quatro e divide-se pela soma dos produtos dos quatro capacitores tomados três a três.

Foi solicitado novamente que resolvessem em trinta minutos pelo novo método proposto no parágrafo anterior. Os alunos da engenharia de controle resolveram o problema com quatro capacitores de valores iguais a 2 F, 3 F, 5 F e 7 F. Os estudantes de engenharia de computação, por sua vez, resolveram com três capacitores de valores 10 F, 20 F e 50 F.

Ao término da resolução do problema, solicitou-se aos discentes que emitissem a sua opinião através de um texto escrito sobre se acharam um método melhor do que o outro para calcular a capacitância equivalente em série ou se era indiferente o tipo de método utilizado na concepção deles para realizar o referido cálculo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 1 abaixo mostra as respostas dos alunos no tocante ao comparativo dos dois métodos de calcular apresentados. Os vinte e dois alunos foram designados por letras do nosso alfabeto.

TABELA 1 – Resposta de cada aluno sobre um comparativo entre os dois métodos.

Aluno	Resposta inicial	Resposta Final	Engenharia
A	20/39	300/31	Computação
B	1/1,95	5,88F	Computação
C	39/20	10/17	Computação
D	39/20	100/17	Computação
E	1,95m	100/17	Computação
F	3F	100/17	Computação
G	40/78	100/17	Computação
H	0,93	0,85	Controle
I	40/43	210/247	Controle
J	1,075	0,85	Controle
K	Não realizou o cálculo	216/415	Controle
L	1,075F	210/247	Controle
M	1,075F	210/247	Controle
N	40/44	210/247	Controle
O	19/4	210/247	Controle
P	1/1,075	210/247	Controle
Q	0,93	210/247	Controle
R	19F	210/247	Controle
S	44/40	210/247	Controle
T	320/19	210/247	Controle
U	40/32	210/247	Controle

A resposta inicial correta do problema aplicado à engenharia de computação poderia ser expressa pela fração (20/39) F ou aproximadamente 0,513 F enquanto que a resposta final correta poderia ser expressa pela fração (100/17) F ou aproximadamente 5,88 F.

Assim sendo, apenas dois alunos da computação acertaram matematicamente a resposta (A e G) antes da proposição do modelo de cálculo envolvendo análise combinatória embora também se observe que C e D também chegaram perto da resposta, mais especificamente não inverteram a fração no cálculo para isolar a capacitância equivalente. Depois da proposição, cinco acertaram (B, D, E, F e G) o valor numérico e não houve respostas com fração inversa.

A resposta inicial correta do problema aplicado à engenharia de controle poderia ser expressa pela fração (40/43) F ou aproximadamente 0,93 F enquanto que a resposta final correta poderia ser expressa pela fração (210/247) F ou aproximadamente 0,85 F.

Assim sendo, apenas três alunos do controle acertaram matematicamente a resposta (H, I e Q) antes da proposição do modelo de cálculo envolvendo análise combinatória, entretanto observa-se que S obteve o valor inverso da resposta porque esqueceu de fazer a inversão no cálculo. Depois da proposição, treze acertaram (todos com exceção de K) do ponto de vista matemático.

Comparando os vinte e um alunos de engenharia, houve apenas cinco acertos no total antes da proposição do novo método e dezoito após a proposição dele. Fica nítido em função da amostra que no geral houve uma boa aceitação do método de cálculo envolvendo análise combinatória.

Um fato que chama a atenção negativamente em relação às respostas dos alunos é que embora alguns tenham obtido a resposta numérica correta para os problemas, a maioria quase que absoluta esqueceu de expressar na resposta a unidade física Farad (F) para a capacitância. Fazem parte das exceções antes da aplicação do teste os discentes L, M e R (que não acertaram a resposta) e após o teste, apenas B (que acertou a resposta).

Em relação às percepções dos alunos, registrou-se no Quadro 1 em palavras escritas pelos próprios discentes na íntegra o que eles acharam do ponto de vista comparativo entre os dois métodos apresentados. Os resultados apresentados sugeriram a classificação em quatro situações possíveis: a melhor eficácia do primeiro, a melhor eficácia do segundo, indiferença quanto aos dois métodos, o melhor método entre o um e o dois depende das circunstâncias do problema e a abstenção de opinião.

QUADRO 1 – Relato de cada aluno sobre o comparativo entre os dois métodos.

Aluno	Relato
A	Tanto o método da Análise Combinatória quanto o método padrão para encontrar a capacitância equivalente foram eficientes. No entanto, em minha opinião o método da Análise Combinatória facilitou os cálculos e tornou mais intuitivo o processo de equivalência de capacitores.
B	O método que utilizei anteriormente era mais demorado e implícito com números muito grandes então. Esse método é muito melhor.
C	Melhor maneira é associação combinatória pelo ganho de tempo, é ter só dois usos da matemática, produto e soma, quando outro método usamos 3, soma, divisão e produto.
D	O melhor método é por Análise Combinatória, pois por meio dela fica menos trabalhoso fazer o cálculo e ajuda a não ter confusão no resultado final.
E	2º método achei mais simples e objetivo, já que a conta feita no 1º método eu esqueci de inverter a fração e alguns outros erros, então baseado em fazer a melhor resolução, achei o 2º método mais objetivo e de fácil compreensão.
F	Segunda opção, pois só sei usa multiplicação e divisão.
G	O método da Análise Combinatória é melhor pois evita as contas com frações e a inversa dá na mesma.
H	Achei quase igual os métodos. Só muda que no denominador entra multiplicação no método de combinações e não usa fração.
I	Utilizando o primeiro método do m.m.c. compensa usá-lo quando tem capacitores com valores múltiplos entre eles pelo fato de trabalhar com números menores e evitar multiplicar e dividir algumas vezes sem necessidade. E o segundo compensa quando eles são todos primos entre si.
J	Método 2 é mais fácil, porém exige mais atenção, no momento de multiplicação.
K	Gostei do método 2.
L	Prefiro a segunda forma, pois na minha opinião é mais simples, porém é mais trabalhoso ao tiver combinações grandes, também o conceito eu consegui entender mais que outro método.
M	Pessoalmente, acredito que o 2º método seja melhor por ser mais simples trabalharmos com a multiplicação e soma do que com a divisão de números pequenos.
N	Eu preferi o caso 2º pois tenho mais facilidade para fazer pois tem apenas soma e multiplicação. Mais o 1º é bem de boas de fazer também.
O	Não respondeu
P	1º método acho mais interessante por utilizar números menores.
Q	Achei o primeiro método mais fácil, porém o da análise é interessante.
R	Achei mais fácil o de combinação, pelo fato de ser mais multiplicação e menor fração.
S	O segundo método é melhor que o primeiro, o método de combinação é melhor e menos confuso para se resolver o problema.
T	Achei o segundo jeito mais fácil de se aplicar, porque não precisa tirar o m.m.c., que diminui a conta.
U	Esse 2º método é muito mais fácil, pois não precisamos fazer algumas contas chatas de matemática por um exemplo achar o m.m.c. e no 2º método é só matemática nível básico.

Os resultados contidos no Quadro 1, indicam que aproximadamente 76,2% (16 discentes) da totalidade dos aprendizes preferem o método de cálculo envolvendo conceitos de análise combinatória. Houve dois alunos (P e Q) que se posicionaram a favor do método 1. O aluno O absteve-se de comparar os métodos, H julgou que não havia um melhor método e um outro aluno I afirmou que dependia dos valores da capacitância. Este último aluno por sinal parece ter um bom conceito de número em função da resposta expressa em palavras.

Dessa maneira, o resultado descrito no parágrafo anterior colabora estatisticamente com a ideia de que o método aqui proposto neste artigo pode possibilitar uma maneira mais fácil de se calcular a capacitância equivalente em série para n capacitores em série quando são dados os valores numéricos de cada um deles.

Além disso, tal como sugeriram Guerra e Santos da Silva (2008) e Silva *et al* (2022) novos métodos de operações com frações, o método de análise combinatória pode ser sugerido como uma nova maneira de executar operações com frações na aritmética.

CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi possível analisar por meio dos relatos dos estudantes o método preferencial de cálculo de capacitância equivalente em série para cada um deles individualmente. Assim como foi possível ver que o método envolvendo análise combinatória foi o preferido da maioria.

Cabe ressaltar que o método proposto neste artigo para achar a capacitância equivalente em série pode ser muito trabalhoso no tocante ao cálculo, por exemplo, de capacitância levando em consideração os aspectos geométricos de forma literal.

O fato relatado no parágrafo anterior ocorre quando o cálculo é realizado de forma envolvendo distância entre placas, área de uma das placas e a constante dielétrica do isolante que está entre as placas, pois surgem várias frações a serem multiplicadas, somadas e divididas.

Apesar de ser aplicado o método com conceitos de contagem neste trabalho apenas para capacitores, o conceito pode ser utilizado na Física também para cálculo de resistências elétricas equivalente em paralelo, de indutores em paralelo e de molas em série no estudo de força elástica.

Por fim, julga-se em uma perspectiva interacionista que seja de fundamental importância a interação aluno-professor no processo educativo apesar de se reconhecer que não se pode deixar de lado o viés do desenvolvimento das estruturas cognitivas do aprendiz.

REFERÊNCIAS

CHABAY, R. W.; SHERWOOD, B. A. **Física Básica Matéria e Interações: interações elétricas e magnéticas**. Editora LTC, 4ª edição, Rio de Janeiro, 2018.

ETCHEVERRIA, T. C.; AQUINO, V. J. L.; OLIVEIRA, J. S.; LISBOA, C. C. Reflexões acerca do Desempenho e das Dificuldades da Educação Básica e Superior nas Operações com Frações. **Revista Sergipana de matemática e Educação Matemática**, Ano 2019, N°. 2, p. 71 – 88. <https://doi.org/10.34179/revisem.v4i2.11840>.

GUERRA, R. B.; SANTOS DA SILVA, F. H. As Operações com Frações e o Princípio da Contagem. **Boletim de Educação Matemática**. Volume 21, número 31, 2008, p41-54. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221883004>.

HORA, K. E. R.; MESQUITA, G. G. M.; GOMES, R. B. Análise das Reprovações Discentes no Curso de Engenharia Ambiental e Sanitária da Universidade Federal de Goiás. **Revista Eletrônica de Engenharia Civil**, v.14, n.1, 66 – 82, 2018. Disponível em:
<https://repositorio.bc.ufg.br/bitstream/ri/17399/5/Artigo%20%20Karla%20Emmanuela%20Ribeiro%20Hora%20-%202018.pdf>

IEZZI, G.; DOLCE, O.; TEIXEIRA, J.C; MACHADO, N.J.; GOULART, M.C.; CASTRO, L. R. S.; MACHADO, A.S. **Matemática 2ª Série do 2º grau**. 8ª edição, Atual Editora S.A. São Paulo, 1990.

JEWETT JR, J. W.; SERWAY, R. A. **Física para Cientistas e Engenheiros: Eletricidade e Magnetismo**. Editora Cengage Learning, São Paulo, 2017.

ROBORTELA, J. L. C; FILHO, A. A.; OLIVEIRA, E. F. **Física 7: Eletrostática**. Editora Azimute, 2021.

SILVA, A. O.; MIRANDA, G. R.; FEITOSA, I. M.; SILVA, V. C. As Dificuldades dos Alunos do Sexto Ano com As Operações Envolvendo Frações. **Brazilian Journal of Development**. v.8, n.4, p.26346-26354, apr., 2022. DOI:10.34117/bjdv8n4-238. Disponível em:
<https://scholar.archive.org/work/x3snxki235d6bdkv4uy6iwlmzi/access/wayback/https://brazilianjournals.com/ojs/index.php/BRJD/article/download/46467/pdf>

VIDAL, L.A.; CUNHA, C.R. BUENO, C. N. Dificuldades no Aprendizado de Física do Ensino Médio em Função da Deficiência na Matemática do Ensino Fundamental. Revista de Ensino, **Educação e Ciências Humanas**, v.22 n.5, 2021b. Disponível em <https://revistaensinoeducacao.pgsskroton.com.br/article/view/8698> DOI: <https://doi.org/10.17921/2447-8733.2021v22n5p681-685>.

VIDAL, L. A.; CUNHA, C. R. A reprovação nas disciplinas de Física na engenharia causada pela ausência de bases matemáticas nos Ensinos Fundamental e Médio. **Experiências em Ensino de Ciências**. v.14, n.1, 2019. Disponível em <https://fisica.ufmt.br/eenciojs/index.php/eenci/article/view/50>.