

ANÁLISE DE FREQUÊNCIAS DAS PRECIPITAÇÕES MÁXIMAS MENSAS OBSERVADAS NOS ESTADOS DO PARANÁ E RIO GRANDE DO SUL

Isabela Zara Cremonese¹ Danielle Peralta² Josmar Mazucheli³ Isabele Picada Emanuelli⁴

¹ Professora Mestre da Universidade Estadual de Maringá. Departamento de Estatística. E-mail: isabelacremonese@gmail.com

² Profa Mestre da Universidade Estadual de Maringá. Departamento de Estatística.

³ Prof. Doutor da Universidade Estadual de Maringá. Departamento de Estatística.

⁴ Profa Doutora do Programa de Pós-graduação em Tecnologias Limpas do Centro Universitário de Maringá - UniCesumar/ ICETI.

Recebido em: 08/04/2017 – Aprovado em: 10/06/2017 – Publicado em: 20/06/2017
DOI: 10.18677/EnciBio_2017A6

RESUMO

A intensidade e a frequência com que fenômenos climáticos extremos ocorrem como, por exemplo, tempestades, nevascas, tornados, entre outros, influenciam diretamente a economia. A análise de frequências de variáveis climatológicas tem como objetivo analisar registros históricos de modo a estimar futuras probabilidades de ocorrência por meio de uma distribuição de probabilidade. Este trabalho teve como objetivo selecionar uma distribuição de probabilidade que descreva, de maneira satisfatória, o comportamento das precipitações pluviométricas máximas mensais. Entre as distribuições de probabilidade usadas estão a distribuição Gumbel, que é a distribuição padrão para a análise de dados climatológicos de extremos, e cinco generalizações: a Gumbel transmutada, a Gumbel exponenciada, a Exponencial-Gama, a Gumbel Marshall-Olkin e a Gumbel generalizada. O estudo foi conduzido utilizando dados históricos de precipitação pluvial obtidos em estações meteorológicas localizadas nos estados do Paraná e Rio Grande do Sul, referente ao período de 1961 a 2015. A distribuição Gumbel, dentre todas as distribuições generalizadas utilizadas, obteve o melhor ajuste segundo os critérios de Informação de Akaike (AIC), Informação de Akaike corrigido (AICc) e de Informação Bayesiana (BIC).

PALAVRAS-CHAVE: distribuição Gumbel, extremos climatológicos, seleção de modelos.

ANALYSIS OF FREQUENCIES OF THE MONTHLY MAXIMUM PRECIPITATIONS OBSERVED IN THE STATES OF PARANÁ AND RIO GRANDE DO SUL

ABSTRACT

The economics results are direct affected by the intensity and the frequency of the climatic phenomenas such as, storms, snowdrifts, tornadoes, etc. Aiming analyze historic data to estimate future probabilities of occurence, the frequency analysis of climatological variables is made by means of the probability distribution. This study

aims to select a distribution who describes the behavior of the records historical data of monthly precipitation. Among the distribution used to achieve the goal is the Gumbel distribution, which is quite usual in climatological data analysis of extremes, with some generalizations: Gumbel transmuted, Gumbel exponenciated, Exponential-Gamma, Gumbel Marshall-Olkin and generalized Gumbel. The comparison was made by using the annual record of historical data of precipitation, obtained from 26 meteorological stations in South of Brazil, from 1961 to 2015. The Gumbel distribution presented the best results, in terms of goodness-of-fit, compared with those generalizations according to the Akaike Information (AIC), Akaike Information corrected (AIC) and Bayesian Information (BIC) criterias.

KEYWORDS: Gumbel distribution, extreme climatic events, selection of models.

INTRODUÇÃO

A previsão do tempo é uma das aplicações da meteorologia para prever o estado da atmosfera em um tempo futuro e em um determinado local. A previsão é feita a partir da análise de dados captados por estações climatológicas distribuídas pelo mundo, acerca do estado da atmosfera terrestre e com a compreensão científica dos processos atmosféricos visando projetar como o tempo irá evoluir (CAVALCANTI et al., 2009).

Os eventos de natureza climatológica são caracterizados por uma grande variabilidade, aleatoriedade e incerteza quanto a sua ocorrência e magnitude; especialmente os eventos considerados extremos, como secas, enchentes e tufões (WMO, 2009). Dessa forma, torna-se extremamente necessário a utilização da estatística para a modelagem de dados.

A modelagem do comportamento de séries meteorológicas pode fornecer informações importantes nas diversas atividades realizadas pelo homem, seja no planejamento e/ou na tomada de decisões em áreas como gerenciamento de recursos hídricos, proteção aos riscos de inundação, modelagem da erosão, situação operacional dos aeroportos, obras de engenharia, gestão de recursos de energia, agroindústria, dentre outros (SANTOS, 2012). O ajuste de uma distribuição de probabilidade utilizando séries históricas climatológicas é conhecido como análise de frequências e tem por objetivo relacionar a magnitude dos eventos históricos com a frequência de ocorrência por intermédio de uma distribuição de probabilidade (NAGHETTINI & PINTO, 2007).

Uma questão de grande importância na análise estatística refere-se à escolha mais adequada da distribuição de probabilidade (MURTHY et al., 2004). De acordo com o Guia de Práticas Hidrológicas da Organização Meteorológica Mundial (OWM, 2009) as distribuições mais usadas na modelagem de dados climatológicos são Weibull, Gama, Log-Normal, Log-Logística, Gumbel e Fréchet. Dentre alguns trabalhos que utilizaram estas distribuições, pode-se citar: SANTOS et al. (2014), MARQUES et al. (2014), BESKOW et al. (2015), CALDEIRA et al. (2015). Em todos esses trabalhos o objetivo foi ajustar uma distribuição de probabilidade parcimoniosa utilizando séries de precipitação pluviométrica, sejam estas formadas por valores mínimos ou máximos; medidos em escalas diárias, semanais, quinzenais, mensais ou anuais.

Dentre as distribuições estudadas, a distribuição de Gumbel, especificada por dois parâmetros, tem apresentado um papel de grande importância, principalmente na estatística aplicada à análise de fenômenos meteorológicos, entre os quais se destacam as precipitações pluviais máximas (FREIRE & BEIJO, 2010). No entanto, neste tipo de fenômeno ainda não foi testada à aplicação das recentes generalizações da distribuição Gumbel (especificada

por três parâmetros), a saber: a Gumbel transmutada, a Gumbel Marshall-Olkin, a Gumbel exponenciada, a Exponencial-Gama com três parâmetros e a Gumbel generalizada (JEONG et al., 2014; PINHEIRO & FERRARI, 2015). Naturalmente, dado este número de generalizações, é importante investigar se estas em geral fornecem ajustes superiores à distribuição Gumbel padrão.

Nesse sentido, o objetivo deste trabalho foi avaliar a distribuição Gumbel frente às suas generalizações utilizando as precipitações máximas mensais observadas nos estados do Rio Grande do Sul e do Paraná. Estimou-se também a precipitação máxima mensal provável em diferentes períodos de retorno.

MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados neste artigo foram provenientes de séries históricas de precipitação pluvial máxima mensal de 26 estações meteorológicas localizadas nos estados do Paraná e Rio Grande do Sul. As séries foram obtidas no portal do Instituto Nacional de Meteorologia (www.inmet.gov.br). De cada estação tem-se uma série de 54 anos, referente ao período de 1961 a 2015, que pode conter até 648 observações (54x12). Por motivos operacionais as séries não possuem o mesmo número de observações.

As séries com os valores de precipitação pluvial máxima mensal foram obtidas extraíndo o maior valor mensal, ou seja, foi observado o volume total de cada dia e registrado o maior valor do mês. Para a validação das suposições de que as séries são independentes e aleatórias realizaram-se os testes de Wald-Wolfwitz e Bartels.

Para análise da precipitação pluvial máxima mensal foi usada a distribuição Gumbel e algumas de suas generalizações e/ou extensões: Gumbel transmutada, Gumbel Marshall-Olkin, Gumbel exponenciada, Gumbel generalizada e Exponencial-Gama com três parâmetros. Neste artigo, foi dado um destaque maior a distribuição Gumbel.

A Distribuição Gumbel

A distribuição Gumbel ou distribuição valor extremo surge como distribuição limite para valores máximos ou mínimos (valores extremos) de uma amostra de variáveis aleatórias independentes, identicamente distribuídas (FREIRE & BEIJO, 2010). A distribuição Gumbel tem a função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x|\theta) = \frac{1}{\sigma} e^{-(v - e^{-v})}$$

em que $v = \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)$; $\theta = (\mu, \sigma)$ $\mu \in \mathfrak{R}$ o parâmetro de locação e $\sigma > 0$ o parâmetro de escala. O comportamento da função densidade de probabilidade é unimodal para todo μ e σ . A média e a variância de uma variável aleatória com distribuição Gumbel são dadas respectivamente por:

$$E(X) = \mu + \gamma\sigma \quad \text{e} \quad Var(X) = \frac{\pi^2}{6}\sigma^2,$$

em que γ é a constante de Euler $\gamma \approx 0,5772$.

Outras Distribuições

Nos últimos anos a distribuição Gumbel, assim como outras distribuições têm sido extensivamente generalizada. O desenvolvimento dessas extensões tem sido comum por oferecerem maior flexibilidade à distribuição e em consequência um ganho no agrupamento de modelos derivados das generalizações (BRITO, 2014).

O quadro 1 apresenta um resumo das funções densidades das distribuições generalizadas/extensões e seus casos particulares em referência a distribuição Gumbel. Todas essas distribuições, com exceção da distribuição Gumbel exponenciada, foram consideradas em PINHEIRO (2014).

QUADRO 1 - Função densidade de probabilidade das distribuições candidatas

Distribuição	Função densidade de probabilidade	Caso particular
Gumbel Transmutada	$f(x \psi) = \frac{1}{\sigma} e^{(-v-e^{-v})} [1 + \alpha - 2\alpha e^{(-e^{-v})}]$	$\alpha = 0$
Gumbel Exponenciada	$f(x \psi) = \frac{\alpha}{\sigma} e^{(-v-e^{-v})} [e^{(-e^{-v})}]^{\alpha-1}$	$\alpha = 1$
Exponencial Gama (3 parâmetros)	$f(x \psi) = \frac{\sigma^{-1}}{\Gamma(\alpha)} e^{[-e^{-v}]} e^{-\alpha v}$	$\alpha = 1$
Marshall-Olkin Gumbel	$f(x \psi) = \frac{\alpha \frac{1}{\sigma} e^{(v-e^{-v})}}{(1 - (1 - \alpha)[1 - e^{-e^{-v}}])^2}$	$\alpha = 1$
Gumbel Generalizada	$f(x \psi) = \frac{1}{\sigma} e^{(-v-e^{-v})} [1 + \alpha - 2\alpha e^{(-e^{-v})}]$	$\alpha \rightarrow \infty$

em que $v = \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)$.

Os Critérios de Discriminação

A escolha da distribuição mais apropriada para descrever a precipitação pluvial máxima mensal baseia-se nos valores das estatísticas, tais como: Critério de informação de Akaike (AIC), Critério de informação de Akaike corrigido (AICc), Critério de informação Bayesiano (BIC); e das distâncias entre as funções de distribuição empírica *versus* teóricas (calculadas localmente nos estimadores de máxima verossimilhança), tais como: Kolmogorov-Smirnov (K-S), Anderson-Darling (AD) e Cramér-von Mises (CvM). Em todos os critérios decide-se em favor do modelo que apresenta o menor valor da estatística (HELD & BOVÉ, 2014).

Período de Retorno

Uma vez selecionada a distribuição que descreva o comportamento das precipitações máximas mensais, pode-se então calcular o período de retorno por meio da função de probabilidade e pode ser obtido pela expressão:

$$\tau = \frac{1}{1 - F(x)},$$

em que $F(x)$ é a função de distribuição acumulada.

Entende-se por período de retorno, o intervalo médio de tempo que separam um evento de dimensão conhecida de outro evento com dimensão igual ou superior (LEE et al., 2012; WANG et al., 2015; MARKIEWICZ et al., 2015), sendo esta medida imprescindível ao analisar principalmente eventos extremos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

As séries com os valores de precipitação pluvial máxima mensal foram obtidas extraindo o maior valor mensal, ou seja, foi observado o volume total de cada dia e registrado o maior valor do mês. A Tabela 1 apresenta as estatísticas descritivas da precipitação máxima mensal para todas as estações meteorológicas localizadas nos estados do Paraná e do Rio Grande do Sul. As hipóteses de independência e aleatoriedade entre as séries foram testadas por meios dos testes não paramétricos de Wald-Wolfwitz (independência), como visto em NAGHETTINI & PINTO (2007), e o teste de Bartels (aleatoriedade). Os testes apresentaram valores- p superiores a 5%, indicando que as suposições de independência e aleatoriedade das séries foram atendidas.

TABELA 1 - Estatística descritiva das estações analisadas em relação à precipitação pluviométrica.

Estação	n	Média	Desvio padrão	Mínimo	Máximo	Mediana
Londrina	521	42,29	26,44	0,20	231,40	38,40
Maringá	434	44,01	25,68	0,20	151,50	41,00
Campo Mourão	545	44,97	26,95	0,30	191,90	40,90
Ivaí	384	42,83	23,66	0,40	184,00	38,80
Castro	502	39,12	21,54	0,50	153,60	35,55
Irati	510	40,75	22,60	0,10	175,00	37,55
Curitiba	569	39,61	21,79	0,70	146,20	36,20
Paranaguá	544	50,00	34,18	0,50	295,80	41,95
Iraí	476	50,54	27,22	4,00	200,00	45,00
São Luiz Gonzaga	503	54,09	29,92	4,50	189,80	49,30
Cruz Alta	454	48,59	25,43	3,80	142,80	43,75
Passo Fundo	501	49,02	25,98	3,30	174,00	43,60
Lagoa Vermelha	390	45,75	23,87	1,30	166,00	41,45
Bom Jesus	434	42,90	22,60	4,60	151,90	39,35
Uruguaiana	454	48,41	31,99	0,90	183,20	40,45
Santa Maria	508	48,56	26,25	2,40	183,90	43,50

Bento Gonçalves	409	43,23	22,59	5,60	126,00	38,80
Caxias do Sul	461	44,63	22,06	4,10	136,70	41,20
Torres	476	40,05	27,45	2,70	257,30	34,60
Santana do Livramento	267	45,29	26,96	4,00	163,80	41,00
Encruzilhada do Sul	483	45,81	24,75	0,90	184,00	42,30
Porto Alegre	566	38,05	20,31	0,30	149,60	34,95
Bagé	518	45,09	25,99	0,80	181,00	40,35
Pelotas	328	41,64	24,95	1,60	216,80	36,50
Rio Grande	460	40,63	26,04	1,40	194,00	35,20
Santa V. do Palmar	483	40,22	26,59	1,00	167,60	34,80

n: número de meses analisados da série

A qualidade do ajuste das séries às distribuições de probabilidade pode ser verificada através do teste não paramétrico Kolmogorov-Smirnov (K-S), como usado nos trabalhos de PINHEIRO (2014), SANTOS et al. (2014), JEONG et al. (2014), BESKOW et al. (2015) e CALDEIRA et al. (2015), e outros testes como Anderson-Darling (AD) e Cramér-von Mises (CvM), utilizados por SILVA et al. (2007), MARQUES et al., (2014), e CASSALHO et al. (2017) que podem ser usados para mesma finalidade. A Figura 1 apresenta os valores-p para cada uma dessas estatísticas, observa-se que, mesmo apresentando valores discrepantes, todas as séries foram ajustadas com o nível de significância acima de 5%.

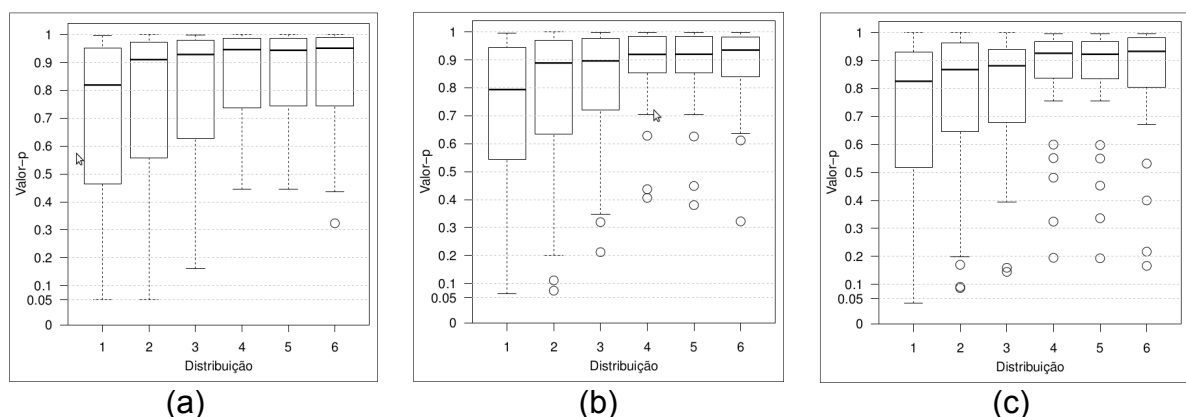


FIGURA 1 – Distribuição dos valores-p segundo as estatísticas de (a) Anderson Darling, (b) Cramér Von Mises e (c) Kolmogorov-Smirnov. (1: Gumbel; 2: Gumbel Exponenciada; 3: Marshall-Olkin Gumbel; 4: Gumbel Transmutada; 5: Gumbel Generalizada; 6: Exponencial-Gama).

Na seleção da distribuição de probabilidade mais adequada para descrever o comportamento de máximo, muitos autores, como SANTOS et al. (2014) e JEONG et al. (2014) utilizam o critério de informação de Akaike (AIC) e o critério de informação Bayesiano (BIC). Um outro critério de informação utilizado é o critério de informação de Akaike corrigido (AICc) o qual leva em consideração, além do número de parâmetros, o tamanho da amostra. Todos os critérios decidem a favor da distribuição com menor valor de AIC, BIC ou AICc.

A Tabela 2 apresenta o número de vezes que as distribuições que foram selecionadas, segundo os critérios de informação. Observa-se que a distribuição Gumbel apresentou o melhor ajuste para a grande maioria das séries. A distribuição Gumbel foi selecionada 16 vezes pelos critérios de AIC e AICc e 21 vezes pelo critério BIC. Os resultados obtidos confirmam o que se discute acerca de distribuições de probabilidades para séries de dados de valores extremos máximos, como pode ser visto em trabalhos como o de SANTOS et al. (2014) e JEONG et al. (2014) que também trabalharam com dados de precipitações pluviiais máximas. NAGHETTINI & PINTO (2007) afirmam que a distribuição Gumbel para máximos é a mais utilizada em estudos de relações intensidade-duração-frequência, chuvas intensas e vazões de enchente assim como encontrado no presente trabalho. É importante destacar que todas as distribuições passaram nos testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov, Andreson-Darling a Cramér-von-Mises.

TABELA 2 – Número de séries (porcentagem) em que cada distribuição foi selecionada - 26 séries.

Critério	Distribuições candidatas					
	Gumbel	Gumbel E.	M. O. Gumbel	Gumbel T.	Gumbel G.	E. Gama
AIC	16	-	-	3	1	6
	(61,5%)	(0%)	(0%)	(11,5%)	(3,9%)	(23,1%)
AICc	16	-	-	3	1	6
	(61,5%)	(0%)	(0%)	(11,5%)	(3,9%)	(23,1%)
BIC	21	-	-	2	1	2
	(80,7%)	(0%)	(0%)	(7,7%)	(3,9%)	(7,7%)

Uma vez que a distribuição Gumbel foi a que forneceu o melhor ajuste para as séries de precipitação pluvial máxima mensal, calculou-se o período de retorno por meio da função de probabilidade e das estimativas dos parâmetros obtidas via o método da máxima verossimilhança. Na Tabela 4 são apresentadas as precipitações máximas mensais esperadas para cada estação meteorológica para os próximos 5, 10, 15, 20, 25 e 30 anos. Entre alguns trabalhos que também calcularam os períodos de retorno cita-se SANTOS et al. (2014), PINHEIRO (2014), BESKOW et al. (2015) e CASSALHO et al. (2017).

TABELA 3 – Precipitação máxima mensal (mm) esperada para cada estação meteorológica para os próximos 5, 10, 15, 20, 25 e 30 anos.

Estação	5	10	15	20	25	30
Londrina	60,362	75,597	84,192	90,210	94,846	98,617
Maringá	63,371	79,003	87,822	93,997	98,754	102,624
Campo Mourão	63,695	79,275	88,064	94,219	98,959	102,816
Ivaí	60,576	74,679	82,636	88,207	92,499	95,990
Castro	54,909	67,632	74,810	79,836	83,707	86,857
Irati	56,846	69,929	77,311	82,479	86,460	89,698
Curitiba	55,862	68,868	76,205	81,343	85,300	88,520

Paranaguá	65,283	81,146	90,096	96,363	101,190	105,117
Iraí	67,817	82,784	91,228	97,141	101,695	105,400
São Luiz Gonzaga	74,202	91,141	100,698	107,390	112,544	116,737
Cruz Alta	66,542	81,340	89,689	95,535	100,037	103,700
Passo Fundo	66,110	80,627	88,817	94,551	98,968	102,562
Lagoa Vermelha	62,541	76,379	84,187	89,653	93,864	97,289
Bom Jesus	57,274	69,680	76,679	81,579	85,354	88,425
Uruguaiana	64,266	80,112	89,052	95,312	100,134	104,056
Santa Maria	65,950	80,628	88,909	94,707	99,173	102,806
Bento Gonçalves	59,479	73,070	80,738	86,107	90,243	93,607
Caxias do Sul	59,242	71,678	78,695	83,608	87,392	90,471
Torres	52,744	65,281	72,354	77,307	81,122	84,225
Santana do Livramento	61,814	76,480	84,754	90,548	95,010	98,641
Encruzilhada do Sul	62,962	77,116	85,101	90,692	94,999	98,502
Porto Alegre	52,507	64,361	71,049	75,732	79,339	82,273
Bagé	62,628	77,391	85,720	91,552	96,044	99,698
Pelotas	57,981	72,141	80,131	85,725	90,033	93,539
Rio Grande	54,404	67,430	74,778	79,924	83,887	87,111
Santa V. do Palmar	53,634	66,784	74,203	79,398	83,399	86,655

CONCLUSÃO

Segundo os critérios de ajustes utilizados, a distribuição Gumbel e todas as suas generalizações foram apropriadas para descrever o comportamento da precipitação máxima mensal. Contudo, as generalizações não forneceram melhores ajustes que a distribuição Gumbel padrão. Usando-se os princípios de eficiência e de parcimônia decidiu-se em favor da distribuição com menor número de parâmetros, no caso a Gumbel padrão.

REFERÊNCIAS

BESKOW, S., CALDEIRA, T. L., MELLO, C. R., FARIA, L. C., GUEDES, H. A. S. Multiparameter probability distributions for heavy rainfall modeling in extreme southern Brazil. **Journal of Hydrology: Regional Studies, Elsevier**, v. 4, p. 123-133, 2015.

BRITO, E. **Algumas novas distribuições: desenvolvimento e aplicações**. 2014. 101 f. Tese (Doutorado em Ciências). Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2014.

CALDEIRA, T. L., BESKOW, S., MELLO, C. R., FARIA, L. C., SOUZA, M. R., GUEDES, H. A. S. Modelagem probabilística de eventos de precipitação extrema no estado do Rio Grande do Sul. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. [online]. v.19, n.3, p.197-203, 2015. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/1807-1929/agriambi.v19n3p197-203>>. DOI: 10.1590/1807-1929/agriambi.v19n3p197-203

CASSALHO, F., BESKOW, S., VARGAS, M. M., ÁVILA, L. F., MELLO, C. R. Hydrological regionalization of maximum stream flows using an approach based on L-moments. **RBRH** [online]. 2017, v.22, e 27. Mar/2017. Disponível em:

<<http://dx.doi.org/10.1590/2318-0331.021720160064>>. DOI: 10.1590/2318-0331.021720160064

CAVALCANTI, I. F. A.; FERREIRA, N. J.; SILVA, M. G. A. J.; DIAS, M. A. F. S. **Tempo e Clima no Brasil**. São Paulo: Oficina de Textos, 2009. 464p.

FREIRE, F. R.; BEIJO, L. A. **Análise dos métodos de estimação para os parâmetros da distribuição Gumbel na precipitação de chuvas máximas para a cidade de Piracicaba-SP**. XIX Congresso de Pós-graduação da UFLA, 2010.

HELD, L.; BOVE, D. S. **Applied statistical inference**. [S.l.]: Springer, Heidelberg, 2014.

JEONG, B. Y., MURSHED, M. S., SEO, Y. A., PAR, J. S. A three-parameter kappa distribution with hydrologic application: a generalized Gumbel distribution. **Stochastic Environmental Research and Risk Assessment**. v. 28 (8), p. 2063–2074, 2014. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00477-014-0865-8>. DOI: 10.1007/s00477-014-0865-8

LEE, B.-H., AHN, D.-J., KIM, H.-G., HA, Y.-C. An estimation of the extreme wind speed using the Korea wind map, **Renewable Energy**, Elsevier, v. 42, p. 4–10, 2012. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148111005623>. <https://doi.org/10.1016/j.renene.2011.09.033>.

MARKIEWICZ, I., STRUPCZEWSKI, W.G., BOGDANOWICZ, E., KOCHANEK, K. Generalized Exponential Distribution in Flood Frequency Analysis for Polish Rivers. **Plos One** 10(12): 10(12):e 0143965. 2015. Disponível em <http://journals.plos.org/plosone/article/related?id=10.1371/journal.pone.0143965>. DOI: 10.1371/journal.pone.0143965.

MARQUES, R. F. P. V., MELLO, C. R., SILVA, A. M., FRANCO, C. S., OLIVEIRA, A. S.. Performance of the probability distribution models applied to heavy rainfall daily events. **Ciência e Agrotecnologia**. [online]. v.38, n.4, p.335-342, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1590/S1413-70542014000400003>>. DOI: 10.1590/S1413-70542014000400003

MURTHY, D. N. P.; BULMER, M.; ECCLESTON, J. A. Weibull model selection for reliability modelling. **Reliability Engineering & System Safety**, v. 86, n. 3, p. 257–267, 2004.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. **Hidrologia estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007. 552p.

PINHEIRO, E. C. **Contribuições em inferência e modelagem de valores extremos**. 2014. 155 f. Tese (Doutorado em Ciências) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PINHEIRO, E. C; FERRARI, S. L. P. A comparative review of generalizations of the Gumbel extreme value distribution with an application to wind speed data. **Journal of Statistical Computation and Simulation (Print)**, v. 86, p. 1-21, 2015. Disponível

em: <http://dx.doi.org/10.1080/00949655.2015.1107909>
10.1080/00949655.2015.1107909

DOI:

SANTOS, R. S. **Homogeneidade e reconstrução de séries climatológicas para localidades no estado de Minas Gerais** . 2012. 82 f. Tese (Doutorado em Ciências). Universidade Estadual de Viçosa, Viçosa, 2012.

SANTOS, W. D. O.; MESQUITA, F. O.; BATISTA, B. D. O.; BATISTA, R. O.; ALVES A. S. A. Precipitações máximas para o município de Mossoró de 1964 a 2011 pela distribuição de Gumbel. **IRRIGA - Brazilian Journal of Irrigation and Drainage**, v.19, n.2, p.207-213, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.15809/irriga.2014v19n2p207>>. DOI: 10.15809/irriga.2014v19n2p207

SILVA, J. C., HELDWEIN, A. B., MARTINS, F. B., TRENTIN, G., GRIMM, E. L. Análise de distribuição de chuva para Santa Maria, RS. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v.11, n.1, p.67–72, 2007, Campina Grande, PB, DEAg/UFCG. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rbeaa/v11n1/v11n1a09>. DOI: 10.1590/S1415-43662007000100009

WANG, J., SHANSHAN, Q., SHIQIANG J., JIE, W.. Estimation methods review and analysis of offshore extreme wind speeds and wind energy resources. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 42, p. 26-42, 2015. Disponível em: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364032114008156>. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2014.09.042>.

WMO – World Meteorological Organization, N.168. **Guide to Hydrological Practices**., v. 2. Management of Water Resources and Application of Hydrological Practices, 2009.