

## UMA INTRODUÇÃO DE INTEGRAL NUMÉRICA PARA ALUNOS DO ENSINO MÉDIO FUNDAMENTADA NO ENSINO DESENVOLVIMENTAL

PAULA ROBERTA DOS SANTOS<sup>1</sup>, THALITTA FERNANDES DE CARVALHO PERES<sup>2</sup>, RENATO DE ASSIS RIBEIRO<sup>3</sup>.

1. Acadêmica do curso de Licenciatura plena em Matemática, Universidade Estadual de Goiás - Câmpus Iporá. E-mail: paularobertaipo@hotmail.com  
Professora Mestre do Curso de Licenciatura plena em Matemática, Universidade Estadual de Goiás - Câmpus Iporá. E-mail: thalitta.peres@ueg.br
2. Professor Mestre do Curso de Licenciatura plena em Matemática, Universidade Estadual de Goiás - Câmpus Iporá. E-mail: renatoassisribeiro@hotmail.com

Recebido em: 28/11/2014 – Aprovado em: 16/01/2015 – Publicado em: 31/01/2015

### RESUMO

O presente trabalho expõe uma proposta de ensino fundamentada em uma teoria contemporânea chamada Teoria do Ensino Desenvolvimental, edificada por Davydov, procedendo à Teoria Histórico-Cultural idealizada por Vygotsky. A pesquisa teve por objetivo desenvolver uma matemática contextualizada por métodos concretos através do ensino da Integral Numérica. A questão norteadora da pesquisa foi: é possível organizar um ensino utilizando Integral Numérica aos alunos do Ensino Médio para o cálculo de áreas e volumes? E como o ensino desenvolvimental contribui para a compreensão desses conceitos? Com esse suporte teórico foi elaborado um plano de ensino que proporcionou aos alunos a compreensão da essência dos conceitos a partir do desenvolvimento mental. Este trabalho teve como resultado final algumas aplicações cotidianas e interdisciplinares, destacando a estimativa do volume de água do lago Pôr do Sol de Iporá-GO, a área de uma região queimada e a extensão territorial do estado de Goiás. Dessa forma, ressalta-se que a Teoria Histórico-Cultural e o Ensino Desenvolvimental contribuem para uma organização de ensino que permite um processo de ensino e aprendizagem significativo, mostrando a importância da matemática para a matemática, para outras ciências e para a vida, valorizando o pensamento do aluno, partindo de seu espaço cultural e social.

**PALAVRAS-CHAVE:** Integral Numérica, Teoria Histórico-Cultural, Teoria do Ensino Desenvolvimental, Organização de Ensino.

### AN INTRODUCTION TO THE NUMERICAL INTEGRAL FOR STUDENTS HIGH SCHOOL BASED ON DEVELOPMENTAL TEACHING

#### ABSTRACT

This work presents a proposal of teaching grounded in contemporary theory called Theory of Developmental Education, developed by Davydov, proceeding to the Historical-Cultural Theory by Vygotsky. The research aimed to develop a contextualized by concrete mathematical methods through the teaching of Numerical Integral. The guiding research question was: is it possible to organize a school using Numerical Integral for high school students to calculate areas and volumes?

And how the developmental education contributes to understand these concepts? Based on this theoretical concept we designed a syllabus that provided to students an understanding about the essence of these concepts from the mental development. This work has the end result some everyday and interdisciplinary applications, especially for estimating the volume of water in the "Pôr-do-Sol" lake in Iporá-GO, area of a burned space and the territorial extension of the state of Goiás. Thus it is noteworthy that the Historical-Cultural Theory and the Teaching Developmental contribute to an organization of teaching that allows a process of teaching and meaningful learning, showing the importance of mathematics to mathematics itself, also to other sciences and to life valuing the thinking of the student, from their cultural and social space.

**KEYWORDS** :Numerical Integral, Historic-Cultural Theory, Theory of Developmental Education, Organisation of Teaching.

## INTRODUÇÃO

As universidades que oferecem cursos de Licenciatura têm elevado a sua preocupação em métodos de ensino que promovam um aprendizado significativo aos alunos. Nessa visão oferece aos discentes uma formação pautada na indissociabilidade entre teoria e prática, pois a atividade do professor consiste na busca de um ensino organizado, tendo a articulação da teoria e da prática (MOURA et al.,2010). Infelizmente essa visão tem caminhado a passos lentos na educação básica, pois além de não serem ensinados aos alunos diversos conteúdos matemáticos, predominam ainda aulas tradicionais, com utilização apenas de quadro e giz.

Em função dos números que refletem a situação da educação no Brasil, a problemática dessa pesquisa agrega-se ao ensino de Geometria, considerado menos importante comparado ao de outras partes da matemática (PAVANELLO, 1993). Este assunto é visto por muitos alunos como um conteúdo de difícil aprendizagem, pois para aprendê-lo é preciso reconhecer diferentes formas e dimensões, mas na maioria das vezes são transmitidos pelo professor de forma desconexa e abstrata.

A Geometria, em geral, permite a contextualização em diversas circunstâncias do dia-a-dia. A facilidade de inseri-la no cotidiano é mais uma das ferramentas que temos para atrair a atenção do aluno e oferecer um ensino com qualidade e eficiência. As pesquisas em Educação Matemática têm alargado as fronteiras, mas infelizmente os resultados na sala de aula do Ensino Médio estão lentos. Várias são as causas do lamentável ensino de Geometria, porém vale ressaltar que existem vários métodos para mediar o conhecimento geométrico de forma concreta e contextualizada no cotidiano dos alunos.

Pesquisas e estudos ligados à formação e à didática dos professores mostram a necessidade de uma forte base teórica e pedagógica para impulsionar a educação (LIBÂNEO, 2010). A didática concretiza objetivos e maneiras de intervenção pedagógica em situações específicas de ensino e aprendizagem e tem como função certificar os meios e os modos de aprendizagem dos alunos (LIBÂNEO, 2012).

A metodologia aqui sugerida propõe uma organização de ensino a partir dos conceitos construídos num percurso histórico, ocasionando o desenvolvimento mental do aluno. Essa didática permite ao aluno reconhecer e utilizar seu potencial para formação de novos conceitos, partindo de ideias e raciocínios associados ao dia-a-dia. Assim, o procedimento didático depende das condições históricas em que foram originadas e que os levaram a se tornarem importantes (LIBÂNEO, 2012).

Pensando nestes problemas explanados anteriormente, a presente pesquisa buscou, na Teoria Histórico-Cultural de L. S. Yygotsky e na Teoria do Ensino Desen-

volvimental de V. V. Davydov, organizar um ensino que potencialize a formação dos conceitos geométricos. REGO (2012), BAQUERO (2001), MOYSÉS (2012), CHAIKLIN (1999), dentre outros, têm contribuído com pesquisas nesse enfoque. PERES & FREITAS (2013) dentro da mesma linha teórica, investigaram a formação do conceito de volume de prisma, pirâmide, cilindro e cone. Assim, surgiu a problemática: é possível calcular áreas e volumes de superfícies não regulares, no Ensino Médio, utilizando Integral Numérica? E como organizar esse ensino com base nos pressupostos teóricos de Davydov.

Este trabalho foi de cunho qualitativo, utilizando da pesquisa participante. As aulas foram trabalhadas de acordo com o plano de ensino desenvolvimental, tendo a pesquisa campo em sua proposta. A investigação foi desenvolvida na terceira série do Ensino Médio, reunindo quinze alunos que aceitaram o convite para quatorze horas aulas, totalizando sete encontros, em um colégio de Ensino Médio da cidade de Iporá, no estado de Goiás.

O objetivo principal do trabalho foi buscar contribuições do sistema organizacional de ensino, fundamentados por Vygotsky e Davydov para uma proposta explorada no ensino de Geometria, com enfoque em áreas e volumes de forma contextualizada e desafiadora, em que o indivíduo seja capaz de construir novos conceitos a partir de seus conhecimentos prévios, retirando das competências gerais suas principais ideias. "É importante entender que conceito aqui significa um conjunto de procedimentos para deduzir relações particulares da relação abstrata" (CHAIKLIN, 1999, p. 4). A seguir serão apresentadas algumas reflexões sobre os desafios de ensinar Integral Numérica fundamentadas nas Teorias Histórico-Cultural e do Ensino Desenvolvimental, mostrando as contribuições dessas Teorias para o avanço de conceitos no âmbito da Geometria.

### **EDUCAÇÃO VOLTADA AO ENSINO DESENVOLVIMENTAL**

O Ensino Desenvolvimental permite que o aluno seja capaz de levantar hipóteses ou conjecturas, analisá-las e por fim generalizá-las estabelecendo assim a formação de conceitos. Ressaltando que o contexto histórico tem participação imprescindível para a construção destes, pois intervém de forma contextualizada no cotidiano. Nessa perspectiva DAVIDOV (1988) coloca que os conceitos estão nos conhecimentos aglomerados na experiência sócio histórica da humanidade. Assim, um objeto de conhecimento se constitui historicamente, pelas ações mentais das pessoas. É interiorizando esses procedimentos lógicos e investigativos que formamos nossos próprios conceitos e auxiliamos nossos alunos a formá-los.

O ser humano nasce, cresce, e todos esses estágios acontecem em meio a uma sociedade, a qual é capaz de influenciar no seu desenvolvimento, fazendo com que ele se desenvolva conforme o meio em que ele vive. REGO (2012, p. 41) diz que, "ao mesmo tempo em que o ser humano transforma o seu meio para atender às suas necessidades básicas, transforma-se a si mesmo". Em estudos de Vygotsky e Davydov, é possível perceber e relacionar essas fases com o crescimento intelectual do indivíduo.

Assim, as características de personalidade do ser humano se constroem num percurso histórico. É como se estabelecesse uma mediação entre o ser humano e o meio, capaz de transformar saberes e interferir nos seus próprios pensamentos. Em lógica disso, BAQUERO completa que (2001, p. 36), "o domínio progressivo e interiorizado dos instrumentos de mediação, dos sistemas de representação disponíveis e em uso no meio social são um componente de mudanças e progressos genéticos e, simultaneamente, um indicador de seus sucessos".

Pensando nisso, ressaltamos o contexto histórico como uma ferramenta de ensino para a matemática. Ela que pode ser conhecida pelos alunos no decorrer do conteúdo, visto que pode acrescentar de forma significativa em vários contextos matemáticos. Posto que DAVYDOV (1988, p. 14) menciona que, "o estudo dos problemas da dialética necessita de conceitos psicológicos bem elaborados que acumulem os resultados do conhecimento sobre as leis históricas que governam o desenvolvimento intelectual da criança". Na Geometria é insuficiente estudar apenas a complexidade da mesma, ainda que seja importante, mas para melhor compressão é necessário que a matemática seja agregada a sua evolução histórica para um melhor ensino e aprendizagem. "O desenvolvimento ou a maturação são vistos como uma pré-condição do aprendizado, mas nunca como resultado dele" (VYGOTSKY, 2007, p. 89). Nesse sentido concorda MOYSÉS, dizendo:

A principal tarefa do professor ao transmitir ou ajudar o aluno a construir esse conceito é a de levá-lo a estabelecer um enlace indireto como objeto por meio das abstrações em torno das suas propriedades e da compreensão das relações que ele mantém com um conhecimento mais amplo. (MOYSÉS, 2012, p. 35)

A Geometria, no âmbito de áreas e volumes, contempla um rico contexto histórico. Esse assunto pode ser tratado despertando a curiosidade por parte dos alunos, descrevendo no decorrer das aulas a evolução de descobertas para que seja possível conhecer a Geometria estudada atualmente. Descobrir o desenvolvimento sociocultural de seu aluno há mais facilidade em contextualizá-la no cotidiano. A formulação de perguntas, dúvidas e curiosidades demonstra que o aluno está em desenvolvimento.

A Geometria é um conteúdo de inquestionável importância para os alunos, pois contribui para o desenvolvimento de habilidades que podem ser reconhecidas na sociedade, como o cálculo de áreas e volumes, conhecimento importantíssimo para o mundo e de inúmeras aplicabilidades. O fato de o indivíduo reconhecer estas finalidades no dia-a-dia pode desenvolver seu raciocínio lógico e mental, sendo associado num contexto sociocultural faz com que o aluno conheça a importância da matemática em seu cotidiano.

Nesse sentido, a história estabelece uma parceria entre o ensino de Geometria e seu percurso histórico. Fatores que irão contribuir para um conhecimento mais amplo e fundamentado sobre conceitos e habilidades geométricas. A história instiga o aluno a pensar, e isso engloba o aluno pesquisar, conhecer e por fim aprender Geometria. Nesse sentido:

Se concebermos a matemática como o desenvolvimento de estruturas e de sistemas de ideias que envolvem números, modelos, lógica e configuração espacial, e investigarmos o modo como ela surge e é usada em vários contextos socioculturais, podemos obter um melhor aprofundamento acerca desse conhecimento gerado em cada contexto. Assim, é importante considerarmos os processos históricos de elaboração desse conhecimento para a humanidade, tendo em vista a compreensão do processo de universalização alcançado pela matemática acadêmica. (MENDES, 2006, p. 82)

Em função de tudo que falamos anteriormente, é preciso promover um ensino de qualidade dessa ciência, percorrendo todo o aspecto histórico vivido pela socie-

dade, despertando curiosidades. E mesmo que existam empecilhos para que as aulas sejam organizadas nessa proposta, é necessário que os professores tenham consciência de que estão formando o futuro de seu país, e que o mundo com um cidadão pensante e crítico é muito melhor, não só para ele, mas também para a sociedade em que vivemos.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente houve o convite aos alunos concluintes do ensino a participarem do projeto, eles aderiram à proposta e se dispuseram a participar da oficina, movidos pela curiosidade, já que foram informados de que o produto final seria uma aula campo que resultaria no cálculo do volume de água do Lago Pôr do Sol, situado em Iporá. Os alunos fizeram suas inscrições como símbolo formal de compromisso de participarem da oficina com ética e respeito.

A aula de conhecimentos prévios é indiscutivelmente importante para qualquer disciplina, principalmente em matemática, é a partir dela que se torna possível reconhecer a base de conceitos que os alunos possuem, para formação de novos conceitos. “Para isso, trata-se inicialmente de ir ao cerne dos conceitos, buscando a determinação primeira de relações por meio da análise do conteúdo trabalhado” (LI-BÂNEO, 2012, p. 47). Em seguida os alunos verificam, a partir dessa relação geral, as suas particularidades.

Nesse sentido, a primeira aula da oficina foi especialmente planejada para o diagnóstico dos conhecimentos anteriores dos alunos. Nesta aula foram trabalhados conceitos prévios necessários para compreensão da proposta.

A professora iniciou a aula com questionamentos tais como: existe conceito para definir ponto? E assim os alunos foram relacionando seus conceitos a novas ideias, bem como a ideia de ponto. Posteriormente a professora pesquisadora instituiu a questão: o que é reta? Quais as condições de existência para se ter uma reta? Dessa forma, ela foi definindo o que era plano e espaço. Perguntou se eles sabiam o que era Geometria plana e o que a englobava, os alunos conseguiram responder com clareza. Nesse momento foram lembradas algumas definições tais como: o que é um polígono convexo e não convexo? Quais as suas diferenças? A maioria dos alunos não conseguiu recordar essas importantes definições, mas depois de lembrarem conseguiram construir a diferença entre eles.

Depois, perguntou se eles sabiam o que era Geometria espacial, eles responderam também com clareza e até citando exemplos. Aproveitando o gancho, a professora pediu para que eles apontassem exemplos no ambiente escolar (sala em que estava se desenvolvendo a pesquisa), assim eles apontaram muitos exemplos que expressam formas espaciais e planas. Nessa perspectiva eles conseguiram assimilar todos os conceitos e suas diferenças (diferença entre Geometria plana e espacial, diferença entre polígono convexo e não convexo, entre outras).

Destacou-se o assunto da importância da Geometria na vida real e suas aplicações, assim o pensamento foi se expandindo até os tempos antigos, com a seguinte pergunta: como eles calculavam área e volumes? Sobre esse assunto os discentes não sabiam muito, então a professora instigou-os com algumas falas e destaques de como eram calculados áreas e volumes antigamente. Em seguida propôs aos alunos uma pesquisa sobre a evolução histórica sobre cálculos de áreas, com ênfase no Método da Exaustão e volumes, a qual foi discutida na próxima aula.

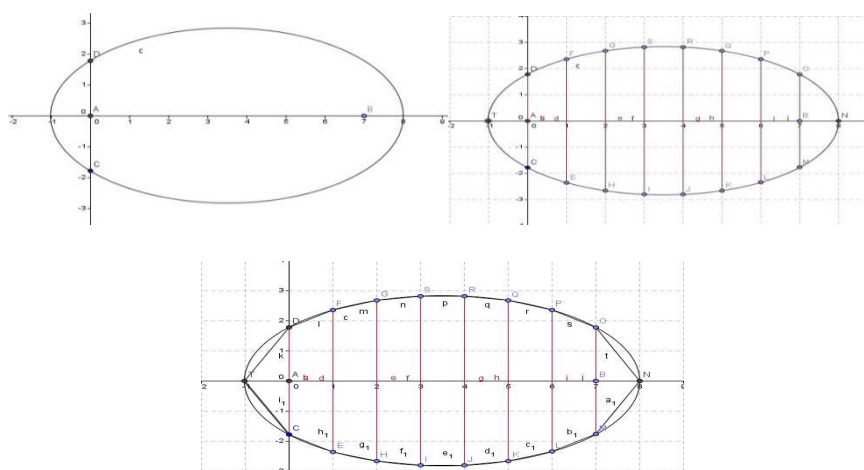
Após esse momento de discussões, foi fácil notar que os alunos participaram ativamente nos diálogos direcionados pela pesquisadora. E quase sempre eles partiram de uma hipótese para que, por mediação da professora, conseguissem formular

o conceito.

Após tantas discussões, a professora pediu aos alunos que formassem dois grupos, um relembresse como se calcula áreas de polígonos conhecidos, e o outro sobre os volumes dos principais sólidos. No entanto, o grupo que ficou responsável pelo volume não conseguiu, mas depois da discussão mediada pela professora foram dispostas no quadro as principais fórmulas de áreas e volumes.

Ao lembrar essas fórmulas que calculam área e volume, a professora propôs algumas atividades para que eles pudessem aplicá-las e descobrir a suas principais finalidades. Esses exercícios foram preparados para identificar os conhecimentos prévios dos alunos para o próximo conteúdo.

Logo após, a professora apresentou aos alunos o software Geogebra, que é dedicado a vários assuntos matemáticos, e em especial ao estudo da Geometria. O software foi utilizado para construção do conhecimento da Integral Numérica pela Regra dos Trapézios. Os alunos não tiveram dificuldades em construir uma elipse e fazer as partições para a análise de uma possível área sem que eles conhecessem a área formal da elipse, como é apresentado na Figura 1.



**FIGURA 1:** Elipses construídas no Geogebra.

Nesse momento de construção os alunos focaram na atividade e tiveram curiosidades do que iria ser feito com a construção. Primeiramente pediu-se aos alunos que usassem as ferramentas do Geogebra para construir uma elipse, em seguida a pesquisadora os orientou que dividissem com retas paralelas e perpendiculares ao eixo horizontal, para fazer as partições da elipse, depois, os alunos ligaram todos os pontos de intersecção da elipse com as retas construídas e também da elipse com o eixo horizontal (abscissas), formando os trapézios. A Figura 1 mostra passo a passo a construção da elipse e as partições prontas. Para iniciar a investigação a professora lançou a seguinte pergunta: como vocês calculariam a área dessa elipse caso não soubessem a fórmula para o cálculo da área da mesma? Não demorou muito para o aluno A1 dizer que faria a área de cada paralelogramo formado e depois somaria as áreas. Como a figura que as partições formavam não era um paralelogramo, o aluno A2 complementou dizendo que não eram paralelogramos e sim trapézios.

Eles também perceberam que havia dois triângulos nas extremidades, e com a explicação da professora eles entenderam que pela fórmula de calcular a área do trapézio, eles poderiam também calcular a área de um triângulo, pois o triângulo é um trapézio de base menor, "igual a zero". Nesse sentido, alguns alunos destacaram

que, para calcular a área da elipse, bastava calcular a área dos triângulos formados nas extremidades e dos trapézios formados ao meio, e por fim somar essas áreas encontrando uma área bem próxima à da elipse. Quando a professora perguntou como eles fariam para calcular uma área cada vez mais próxima à área exata, o aluno A2 respondeu que "iria formar mais trapézios na elipse, assim ele aproximaria mais a área". Disso a professora reforçou que quanto mais partições, ou seja, quanto menor a amplitude  $h$  (altura dos trapézios), mais precisa seria a área  $A$  da curva. Assim, completou-se a formalização da Integral Numérica  $I$ , através da Regra dos Trapézios, com a fórmula:

$$I = A = \frac{h}{2} \cdot [f(x_0) + f(x_n) + 2 \cdot (f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}))] \quad (1)$$

De acordo com PERES & FREITAS (2013), a partir das ideias de Davydov:

O conceito teórico constitui-se como uma base universal para a dedução de aspectos particulares e singulares pelos quais o objeto se apresenta na realidade social, em contextos culturais e históricos [...]. Uma fórmula como síntese de um movimento de sua investigação e reflexão teórica associada a um objeto, como modo de procedimento mental e análise desse objeto, é um conceito. (PERES e FREITAS, 2013, p. 178)

Nesse ápice da aula, eles reconheceram o percurso histórico que, por mediação da professora, houve uma troca de experiências enfatizando a construção histórica de como se calculava áreas e volumes na antiguidade. A pesquisadora, mais uma vez, comentou sobre o Método de Exaustão, o qual era foco para compreensão da Regra dos Trapézios. Assim, foi possível notar que eles reconheceram nesse método o utilizado nos tempos antigos, e por essa descoberta, atualmente é possível calcular a área de formas irregulares, que até então eram desconhecidas por eles. Resultando no entendimento da importância da história da matemática e suas descobertas para melhor aprendizagem dessa disciplina.

Em seguida, a professora propôs aos alunos que comparassem a área real da elipse com a área aproximada calculada pela Regra dos Trapézios. Assim, eles foram capazes de visualizar a pequena margem de erro que a Regra dos Trapézios ocasionou. Os alunos compreenderam na Integral Numérica uma ferramenta importante para a matemática, para as outras ciências e para a vida. Um dos principais objetivos dessa organização de ensino é fazer o aluno reconhecer a matemática presente no cotidiano, ressaltando sua importância e aplicações para a humanidade, e nessa perspectiva estimular o desenvolvimento sociocultural e mental do indivíduo.

A construção da elipse foi direcionada a uma investigação sobre a Regra dos Trapézios, por isso foi de extrema importância para generalização da mesma. Nesse momento houve a assimilação de conceitos gerais para conceitos básicos, em que a ideia se manifestava na generalização da Regra dos Trapézios, abstraindo definições básicas que se tornaram essenciais na formação de novos conhecimentos. Nessa organização de ensino, o professor deve instigar os alunos de forma que eles consigam levantar hipóteses, desenvolver testes para essas conjecturas, assim estimulando o seu raciocínio lógico e mental. Em seguida, os alunos que conseguiram levantar alguma hipótese comprovaram-na com as explicações da professora pesquisadora.

Nesse tipo de aula, o professor geralmente responde a uma pergunta do alu-

no fazendo outra que poderá contribuir para progressão de seu raciocínio mental, de forma que ele consiga chegar à formalização. Nesse sentido Davydov complementa:

No nosso ponto de vista, a razão básica para estes resultados é que os elementos do conhecimento metodológico e os componentes individuais da aprendizagem – em particular as ações de aprendizagem que estão associadas à reflexão, análise e planejamento substanciais por parte das crianças – são apresentados de uma forma mais explícita e mais bem definida no ensino experimental que em condições comuns. Isto poderia ter exercido uma influência substantiva sobre o desenvolvimento das bases da consciência e pensamentos teóricos nos jovens em idade escolar (na formação da capacidade em fazer, por exemplo, uma generalização teórica). (DAVYDOV, 1988, p. 133)

No terceiro momento dessa aula foi proposta a resolução de situações cotidianas envolvendo a Integração Numérica, a qual os alunos tentaram fazer e alguns não conseguiram, porém depois da resolução de atividade com a mediação da professora, eles conseguiram sobressair como os demais.

Nesta aula notou-se a interação dos alunos com a pesquisadora, os quais movidos pela curiosidade de aprender um conteúdo estudado no Ensino Superior, conseguiram compreender e relembrar conceitos sobre a Geometria e ao mesmo tempo usá-los para formação de novos conceitos.

A formação de conhecimentos por situações cotidianas da Geometria se deu em aulas contextualizadas, em que a pesquisadora propôs aos alunos colocar em prática a Regra dos Trapézios, a fim de calcular o volume da água do Lago Pôr do Sol, a área de uma região queimada e a área territorial do Estado de Goiás. A seguir será apresentada a aplicação do cálculo do volume de água do lago.

Os alunos demonstraram muito interesse, ressaltando que alguns são oriundos da zona rural, mesmo com todas as dificuldades e principalmente de locomoção, eles participaram em busca de novos conhecimentos. Estes que, com auxílio da professora pesquisadora e dos professores orientadores da pesquisa, conseguiram fazer as medições horizontais do lago com estratégias que eles criaram para melhor coletar as distâncias. Para fazer as medições foram utilizados instrumentos tais como: duas trenas métricas de 50 metros, duas trenas de 30 metros, cordas de 100 metros. Assim, enquanto dois alunos, um de cada lado do lago, mediam a parte horizontal, alguns alunos mediam a amplitude que nesse caso foi de 4 metros. Conforme indica a Figura 2, foram feitas 101 medições.



**FIGURA 2:** Ilustração das medições do Lago Pôr do Sol.

Fonte: Adaptado de <<http://e-ipora.blogspot.com.br>. Acesso em 9 de out. de 2014>



Conforme mostra a Figura 3, os alunos estiveram, em todos os momentos das medições, focados em descobrir o volume de água do lago, até fizeram uma competição de estimativas do volume. Dessa forma, é importante ressaltar mais uma vez o exercício de uma atividade campo que proporcione a aplicação da matemática. Atividades como estas podem proporcionar efeitos como a interação de grupos compartilhando saberes e estratégias, que segundo a Teoria Histórico-Cultural, o indivíduo aprende muito mais em sociedade do que sozinho.



**FIGURA 3:** Alunos medindo o Lago Pôr do Sol.

Aulas organizadas desta forma podem elevar o desenvolvimento sócio mental dos alunos enquanto seres humanos capazes de visualizar aplicações como estas no seu cotidiano. Alguns desses alunos que participaram da oficina eram da zona rural, o que os deixou com mais curiosidade para utilizar a Regra dos Trapézios no cálculo de áreas e volume de represas ou córregos de suas propriedades.

No entanto, para calcular o volume de qualquer recinto é necessário saber a profundidade. A coleta desses dados teve o auxílio da equipe do 7º Pelotão do Corpo de Bombeiros da cidade de Iporá, estes, com seus equipamentos adequados (canoa, coletes, réguas de medição), exerceram um papel essencial para as medições de 38 pontos de profundidade do lago.

A Tabela 1 apresenta, em resumo, as medições horizontais, isto é, as partições feitas com o objetivo de calcular a área do lago.

**TABELA 1:** Medições horizontais do Lago Pôr do Sol, dispostas com Amplitude

$h = 4$  metros.

$x_k$	0	1	2	3	...	98	99	100	101
$y_k$ (metros)	0	19,5	21	21,5	...	142,25	97,2	92,95	55,3

A Tabela 2 mostra as medidas de profundidades realizadas em parceria com o Corpo de Bombeiros.

**TABELA 2:** Profundidades do Lago Pôr do Sol.

<i>Medição</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<i>Profundidade (m)</i>	1,6	1,2	1,0	1,9	1,5	1,5	1,7	1,6	1,5	1,6	1,6	1,6	1,2

<i>Medição</i>	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
<i>Profundidade (m)</i>	1,5	1,3	1,5	1,7	2,2	2,0	1,5	2,2	2,3	2,5	2,2	2,5	1,7

<i>Medição</i>	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38
<i>Profundidade (m)</i>	1,5	1,3	1,3	1,3	1,5	2,0	2,4	2,8	1,7	2,3	1,1	2,0

Depois de coletados os dados, os alunos, por mediação da professora pesquisadora, fizeram os cálculos usando a Integração Numérica através da Regra dos Trapézios para estimar o volume de água do lago.

Como o volume é obtido através do produto da área do lago pela profundidade do mesmo, dos dados apresentados na Tabela 2, foi determinada a profundidade média do Lago Pôr do Sol.

$$\text{Profundidade Média} = \frac{1,6 + 1,2 + 1,0 + \dots + 2,3 + 1,1 + 2,0}{38} \cong 1,731578947 \text{ metros} \quad (2)$$

Conhecendo a profundidade média e os dados organizados, em resumo, na Tabela 1 os alunos, com mediação da professora, através da Integração Numérica pela Regra dos Trapézios (1), estimaram o volume de água do lago:

$$\text{Volume} = \frac{4}{2} \cdot [(0 + 55,3) + 2 \cdot (19,5 + 21 + 21,5 + \dots + 142,25 + 97,2 + 92,95)] \cdot 1,731578947$$

$$\text{Volume} = 80.329.81747 \text{ m}^3 = 80.329.817,47 \text{ litros} \quad (3)$$

Nesse momento da aula campo, observou-se que houve uma aproximação da relação aluno/professor, aluno/turma escolar, em que eles puderam conhecer mais sobre o cotidiano do colega. Foram identificados aspectos tais como: estratégias para medições, foco na construção de conceitos, fatores estes que sofreram uma influência diferenciada na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) do aluno em relação ao objeto de estudo. Assim, ficou visível que “a Zona de Desenvolvimento Proximal permite-nos compreender que o ensino escolar influencia marcadamente o desenvolvimento da consciência do aluno. Mas, para isso, precisa proporcionar interações sociais e estar adiantado em relação ao seu desenvolvimento” (FREITAS, 2012, p. 132).

É necessário destacar a realização de outras duas aplicações riquíssimas, o cálculo da área de uma região queimada e a determinação da área territorial do Estado de Goiás. E nesse contexto de aplicações, a Integral Numérica contribui, em muito, com a humanidade, sendo uma excelente ferramenta para outras ciências.

O ensino, num percurso histórico-cultural, provocou a formação de conceitos por meio do desenvolvimento mental do indivíduo. A organização das aulas proporcionou o reconhecimento dos conteúdos estudados fora da sala de aula, assim, os alunos conseguiram estender as reflexões feitas em sala às situações diárias. Portanto, a organização das aulas do ensino experimental mostrou a transição de pensamentos dos alunos, da natureza geral e abstrata ao concreto, o conhecimento ge-

ométrico que era visto por eles de forma reduzida, a partir das aulas, eles conseguiram reconhecê-los em aplicações concretas, estes que eles reconheceram do plano mental ao experimental.

### CONCLUSÃO

A pesquisa demonstrou, por meio do experimento de ensino com atividades contextualizadas, que é possível organizar aulas com Integral Numérica para alunos do Ensino Médio, segundo as Teorias Histórico-Cultural e Ensino Desenvolvimental. Esse embasamento teórico permitiu a formação de conceitos numa perspectiva diferente, proporcionando o desenvolvimento sociocultural e mental dos alunos.

O trabalho apresentou resultados positivos, estes que puderam contribuir não somente para o conhecimento e formação da pesquisadora, mas, essencialmente, para a vida dos próprios alunos envolvidos, aos quais foi oportunizado um processo de ensino e aprendizagem matemática significativo, destacando a importância da matemática para a matemática, para outras ciências e para a vida, valorizando o pensamento do aluno, partindo de seu espaço cultural e social.

Enfim, depois dessa experiência, convido todos os professores de matemática a fazer parte dessa conscientização. Então, professores, não deixem as desmotivações financeiras, o sistema educacional brasileiro, e as demais dificuldades afetarem a aprendizagem dos seus alunos. Façam a inserção da matemática contextualizada na realidade dos alunos, coloquem a teoria em prática e proporcione aos alunos uma melhor aprendizagem.

### AGRADECIMENTOS

Agradeço a Universidade Estadual de Goiás pela oportunidade. E aos meus professores orientadores que, com empenho e dedicação, souberam compartilhar seus conhecimentos de forma que fosse possível o desenvolvimento desse trabalho.

### REFERÊNCIAS

BAQUERO, R. **Vygotsky e a aprendizagem escolar**. 2. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2001.

CHAIKLIN, S. Developmental teaching in upper-secondary school. In: HEDEGAARD, Mariane e LOMPSCHER, Joachim (Ed.). **Learning activity and development**. Aarhus (Dinamarca): AarhusUniversity Press, 1999.

DAVYDOV, V. V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Moscou: Progreso, 1988.

FREITAS, R A. M. da M. A cultura escolar como uma questão didática. In: LIBÂNEO, José C.; ALVES, Nilda (Org.). **Temas de pedagogia: diálogos entre didática e currículo**. São Paulo: Cortez, 2012. p.127-151.

LIBÂNEO, J. C. O campo teórico e profissional da didática hoje: entre Ítala e o canto das sereias. In: FRANCO, Maria A. S.; PIMENTA, Selma G. (Org.). **Didática: embates contemporâneos**. São Paulo: Loyola, 2010.

\_\_\_\_\_. Ensinar e aprender, aprender e ensinar: o lugar da teoria e da prática em didática. In: LIBÂNEO, José C.; ALVES, Nilda (Org.). **Temas de pedagogia: diálogos entre didática e currículo**. São Paulo: Cortez, 2012. p.35-60.

MENDES, I.A. A investigação histórica como agente da cognição matemática na sala de aula. In: FOSSA, John A; VALDÉS, Juan E. Nápoles. **A história como um agente de cognição na Educação Matemática**. 1 ed. Porto Alegre: Sulina, 2006.

MOURA, M. O. de; ARAÚJO, E.S.; RIBEIRO, F.D. et al. A atividade Orientadora de Ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. In: MOURA, Manoel O. de. **Atividade pedagógica na Teoria Histórico-Cutural**. Brasília: Liber Livro, 2010. p.81 a 109.

MOYSÉS, L.; **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 11 ed. São Paulo: Papirus, 2012.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências. **Zetetiké**, Campinas, v. 1, n. 1, pp. 7-18, mar. 1993.

PERES, T.F.C.; FREITAS, R.A.M.M.; **Matemática no Ensino Médio**: ensino para a formação de conceitos e desenvolvimento dos alunos. *Práxis Educativa*, Ponta grossa, v.8, n.1, pp.173 a 196 - jan.-jun. - 2013.

REGO, T.C. **Vygotsky**: uma perspectiva histórico-cultural da educação. 23. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

VIGOTSKY, L.S.; **A formação social da mente**. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.