

## ESTUDO DA EMERGÊNCIA DO DINHEIRO POR MEIO DE SIMULAÇÕES MULTI-AGENTES BASEADAS NO FRAMEWORK SWARM

---

Wildener Monteiro Rodovalho<sup>1</sup>, Prof. Dr. Cássio Dener Noronha Vinhal<sup>2</sup>

1. Mestrando em Engenharia Elétrica e de Computação pela Escola de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás- Brasil.  
(wildener@gmail.com)
  2. Professor Doutor da Escola de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Federal de Goiás (cassio@eee.ufg.br)  
Goiânia – Brasil
- 

### RESUMO

John Duffy investigou se os resultados obtidos a partir de um experimento científico com seres humanos poderiam ser repetidos em um sistema computacional baseado em agentes colocado sob as mesmas condições. Este experimento analisou o modelo de Kiyotaki-Wright que foi criado para explicar o surgimento do dinheiro em um ambiente de trocas. Desde então, estudos baseados em computadores, tais como os realizados por Juliette Rouchier, tentaram, sem sucesso, replicar os resultados obtidos por Duffy usando abordagens complexas de simulações multi-agentes e estratégias de aprendizagem não muito claras. Empregando uma abordagem alternativa, o foco desta pesquisa é modelar os sistemas multi-agentes apresentados por Duffy e Rouchier através de agentes inteligentes simples que trabalham sobre o *framework* Swarm e que usam a estratégia de aprendizado por reforço. Os resultados obtidos são muito interessantes, mais próximos do equilíbrio teórico-matemático fornecido pelo modelo de Kiyotaki-Wright.

**PALAVRAS-CHAVE:** Sistemas multi-agentes, Swarm, modelo de Kiyotaki-Wright, aprendizado por reforço

### STUDYING THE EMERGENCE OF MONEY BY MEANS OF SWARM MULTI-AGENT SIMULATION

#### ABSTRACT

John Duffy investigated if the results obtained from a scientific experiment with human subjects could be repeated in a multi-agent computational system placed under the same conditions. This experiment analyzed the Kiyotaki-Wright model that was created to explain the emergence of money in a trade environment. Since then, computer based studies, such as those carried out by Juliette Rouchier, have tried unsuccessfully to replicate the results obtained by Duffy using complex multi-agent simulation approaches and not clear learning strategies. Employing an alternative approach, the focus of this research is to model the agent-based systems presented by Duffy and Rouchier by means of simple Swarm intelligent agents and reinforcement learning. The results obtained are very interesting and closer to the theoretical mathematical equilibrium provided by the Kiyotaki-Wright model.

**KEYWORDS:** Multi-agent system, Swarm, Kiyotaki-Wright model, reinforcement learning

#### 1 INTRODUÇÃO

Existem vários modelos econômicos para explicar o fenômeno do surgimento do dinheiro. Eles procuram elucidar a importância do meio de troca em transações

comerciais. Dentre estes modelos, pode-se citar o de YASUTOMI (1995), MENGER (1871), ALCHIAN (1950) e KIYOTAKI-WRIGHT (K-W) (1989).

Neste trabalho, destaca-se o modelo de K-W (1989) pela sua simplicidade, robustez, eficácia e alcance no meio científico. Em linhas gerais, o modelo consiste de um ambiente em que três tipos de agentes se comunicam para trocar os bens que possuem e, de alguma forma, obterem o bem que precisam. Cada agente produz um bem que não é o seu bem de consumo. Assim, ficam obrigados a se relacionar com outros agentes na busca de uma troca bem sucedida. A partir destas trocas, um bem surge como dinheiro ou, nos termos do modelo, surge o meio de troca.

O objetivo, aqui, é desenvolver uma simulação deste modelo em ambiente computacional para se detalhar cada movimento e decisão dos agentes. Para isto, usa-se o *framework* Swarm, uma estrutura que faz a interface entre o sistema operacional e os agentes e cria um ambiente propício para que estes se comuniquem.

As simulações mostraram resultados significantes quando comparadas com os trabalhos realizados por DUFFY (2001, 2006), OCHS (1999) e ROUCHIER (2003). Estes cientistas também buscaram implementar o modelo de K-W em ambiente computacional. A diferença da abordagem desta pesquisa está na utilização de agentes inteligentes simples que funcionam sobre o *framework* Swarm (MINAR, N., 1996) e que usam a técnica de aprendizado por reforço.

Após uma rápida revisão bibliográfica, tem-se, nas próximas seções, uma explanação sucinta do modelo de K-W bem como as descrições dos experimentos de Duffy, Ochs e Rouchier.

Em seguida, mostram-se os detalhes da simulação do modelo de K-W. Finalmente, os resultados alcançados são apresentados e comparados com trabalhos anteriores.

## 2 UMA RÁPIDA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O modelo desenvolvido pelos economistas Nobuhiro Kiyotaki e Randall Wright é bastante simples e consegue resolver de forma bem abstrata o problema do surgimento do dinheiro (KIYOTAKI, N.; WRIGHT, R., 1989). Daí seu destaque entre outros modelos que tratam do mesmo assunto e sua importância para a economia. Basta compará-lo com o modelo de YASUTOMI (1995) e com as teorias de MENGER (1871) e ALCHIAN (1950).

YASUTOMI (1995) cria um ambiente em que o número de agentes  $N$  é igual ao número de bens. Cada agente pode possuir mais de um tipo de bem e estes em quantidades variadas, além de ter uma visão geral do ambiente em que se encontra. Esta visão representa a idéia que o agente possui a respeito das demandas dos outros agentes. As regras do modelo de YASUTOMI (1995) são mais complexas que as de K-W (1989) no sentido de que o agente faz uso de mais variáveis para tomar suas decisões.

Já MENGER (1871) e ALCHIAN (1950) possuem teorias sobre o surgimento do dinheiro. Elas se auto-complementam. Menger assume que existe um custo para se encontrar um parceiro que possua seu bem de consumo. Nesta busca, o agente

precisa realizar trocas indiretas de bens para chegar a seu objetivo. Destas trocas indiretas, surge o dinheiro.

MENGER (1871) descreve bem o surgimento do dinheiro quando diz:

Como tal indivíduo se torna cada vez mais preocupado com seu interesse econômico, ele é levado por este interesse (...) a dar seus produtos em troca de outros mais vendáveis, mesmo não precisando deles para o propósito de consumo. Com o progresso econômico, portanto, pode-se observar em qualquer lugar o fenômeno em que certo número de bens (...) torna-se aceito por todos nas trocas. (MENGER, 1871, p. 260)

Deduz-se dos escritos de ALCHIAN (1950) que ele considera o custo de Menger como zero. Segundo ele, o principal trabalho de um agente é encontrar o real valor do bem. Para isto, ele precisa de um agente especialista para intermediar as negociações. Este especialista tem condições de avaliar o bem que o agente deseja. Em um ambiente em que todos os bens possuem um valor maior que zero, aquele de valor mais baixo é usado como meio de troca.

### 3 O MODELO DE KIYOTAKI-WRIGHT (K-W)

O modelo de K-W (1989) consiste de um conjunto de agentes divididos em três tipos diferentes. Estes agentes são colocados em pares para que possam trocar seus produtos entre si. A mercadoria que cada agente produz não é igual à que ele consome de forma que ele precisa negociar com outro agente para obter o seu bem de consumo. Com o decorrer do tempo, pode ocorrer de um determinado produto ser recebido sem que ele seja o bem de consumo do agente. A troca ocorre porque este agente percebe que o produto possui valor no mercado suficiente para que ele, numa troca futura, obtenha o bem do qual precisa. Este produto é chamado por Kiyotaki e por Wright de meio de troca. Observa-se que o modelo de K-W é coerente com o que MENGER (1871) prega em sua teoria quando se refere às trocas indiretas.

Matematicamente, os agentes possuem tipos  $i = I, II$  e  $III$ . Cada agente produz um bem  $j$  de forma que  $j = (i + 1) \bmod 3$ <sup>1</sup>. Segue-se que para  $i = I, II, III$ , tem-se  $j = 2, 3, 1$ , respectivamente<sup>2</sup>. Segundo o modelo, um agente do tipo  $i$  consome o bem  $j$  considerando  $i = j$ .

Cada produto possui um custo de armazenamento  $c_j$ . Por outro lado, quando o agente consegue realizar uma troca em que recebe seu bem de consumo, ele ganha um incentivo  $u$  pelo sucesso obtido. Isto significa que, após uma troca bem sucedida, o agente  $i$  deve ganhar  $u - c_j$ , onde  $j$  é o bem que ele armazenava antes<sup>3</sup>,

---

<sup>1</sup> Existe um outro modelo de K-W em que  $j = (i + 2) \bmod 3$ . Para  $i = I, II, III$ , tem-se  $j = 3, 1, 2$ . Este modelo não será discutido aqui.

<sup>2</sup> Para melhorar a clareza do texto e sua didática, os tipos dos agentes serão representados por algarismos romanos I, II e III, enquanto os bens ou produtos serão representados por algarismos arábicos 1, 2 e 3.

<sup>3</sup> Ou  $u - c_k$ , se ele estava armazenando o bem  $k$  antes da troca, onde  $k \neq i$  e  $k \neq j$

deve consumir o bem  $i$  que recebeu e, imediatamente, produzir o bem  $j$ . A relação entre os custos  $c_j$  de cada produto e o incentivo  $u$  é a seguinte:  $0 < c_1 < c_2 < c_3 < u$ .

Para determinar o fim das transações, o modelo usa uma variável  $\beta$ , conhecida como fator de desconto, onde  $\beta \in (0,1)$ . Exemplificando: se  $\beta = 0,8$ , o jogo tem 80% de chance de continuar.

A idéia principal é fazer com que cada agente maximize os seus ganhos através de trocas bem sucedidas. Deve-se levar em consideração que, para que uma troca ocorra, é necessário que ambas as partes estejam de acordo em realizá-la. A decisão mais complicada que um agente  $i$  precisa tomar é quando ele está diante de outro agente que possui o bem  $k$ , onde  $k$  é o bem que ele não produz, nem consome ( $k \neq j$  e  $k \neq i$ ). Para que o agente decida se deve ou não realizar a troca, ele precisa contar com sua experiência (dados históricos de trocas passadas) para descobrir qual o valor de mercado do bem  $k$ . Se este for alto, isto significa que, de posse do bem  $k$ , o agente terá boas chances de obter o seu bem de consumo em trocas futuras e, neste caso, o agente decidiria por realizar a troca.

Como todos os agentes desejam maximizar seus ganhos, o resultado deste jogo, após uma série de períodos, é o equilíbrio de Nash definido através de proporções  $p_{ij}$  que é a proporção de agentes do tipo  $i$  que possuem o bem  $j$  e onde  $p_{ij} = 1 - p_{ik}$ . Diz-se que um agente utiliza a estratégia fundamental em suas trocas quando o foco de suas decisões está no custo de cada produto de forma que ele sempre escolherá ficar com o que for mais barato. Por outro lado, o agente pode fazer uso da estratégia especulativa, o que significa que seu foco está no valor de mercado do produto, não importando o seu custo. Assim, este agente pode realizar uma troca em que obtém um bem mais caro, mas que aumenta as chances de obter seu bem de consumo.

Os economistas DUFFY & OCHS (1999) notaram que os agentes do tipo I mudam de estratégia de acordo com o incentivo  $u$  recebido. Os outros tipos de agentes sempre usam a estratégia fundamental. A tabela 1 contém os valores de cada parâmetro usados por estes cientistas para o modelo de K-W (1989).

**TABELA 1.** Valores usados por Duffy e Ochs para os parâmetros do modelo de K-W

Parâmetro	Valor
$u$	20 or 100
$\beta$	0,9
$c_1$	1
$c_2$	4
$c_3$	9

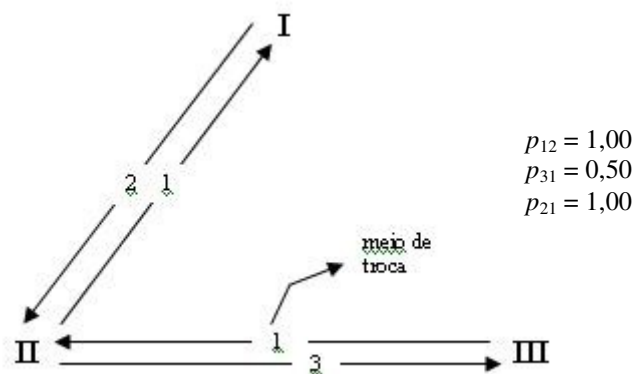
Os agentes do tipo I devem empregar a estratégia fundamental sempre quando a condição (1) for satisfeita.

$$(c_3 - c_2) > (p_{31} - p_{21}) \beta u / 3. \quad (1)$$

Usando os parâmetros da tabela 1, a condição para a estratégia fundamental toma a forma da inequação (2).

$$(p_{31} - p_{21}) < \begin{cases} \frac{5}{6}, & \text{se } u = 20 \\ \frac{1}{6}, & \text{se } u = 100 \end{cases} \quad (2)$$

Isto significa que os agentes do tipo I devem recusar o bem de produção dos agentes do tipo II, o bem 3, porque este tem um custo de armazenamento maior. Enquanto isto, os agentes do tipo II aceitam o bem produzido pelos agentes do tipo III, o bem um, e estes recusam o bem de produção dois dos agentes do tipo I. Segue-se que no equilíbrio fundamental, não há interação entre os agentes dos tipos I e III como mostra a Figura 1. Neste equilíbrio, o bem um é chamado de meio de troca porque ele não é o bem de consumo dos agentes do tipo II e estes o usam para obter o bem dois dos agentes do tipo I.

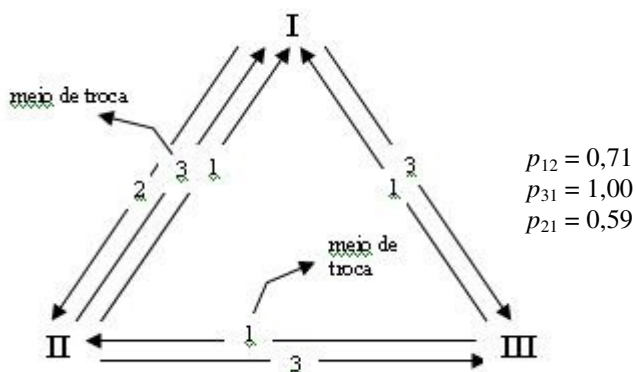


**FIGURA 1** – Equilíbrio fundamental no modelo de K-W

No equilíbrio fundamental, a distribuição dos bens pelos agentes converge para:  $p_{12} = 1,00$ ,  $p_{31} = 0,50$  e  $p_{21} = 1,00$ . Isto implica que  $p_{31} - p_{21} = 0,50$ . Das desigualdades mostradas em (2), somente aquela em que  $u = 20$  se aplica a este caso. Conclui-se que, nestas proporções, se  $u = 100$  os agentes do tipo I devem usar a estratégia especulativa. Isto faz sentido porque o incentivo é cinco vezes maior. Assim, o risco de se armazenar um bem caro é compensado quando se obtém o bem de consumo.

O equilíbrio especulativo ocorre quando os agentes do tipo I aceitam o bem de produção 3 dos agentes do tipo II, mesmo sendo mais caro. De posse deste bem, eles podem realizar, mais rapidamente, trocas com os agentes do tipo III para obterem o bem 1. Isto acontece porque, para os agentes do tipo I, a expectativa de ganho do seu bem de consumo quando estão de posse do bem 3 é maior do que quando estão de posse do bem 2. Como os agentes dos tipos II e III continuam

agindo de forma conservadora, o bem um continua sendo usado como meio de troca entre eles. A Figura 2 representa as trocas neste equilíbrio cuja distribuição dos bens pelos agentes deve convergir para:  $p_{12} = 0,71$ ,  $p_{31} = 1,00$  e  $p_{21} = 0,59$ .



**FIGURA 2** – Equilíbrio especulativo no modelo de K-W

Vários cientistas estudaram este modelo. Em suas diferentes abordagens, eles procuraram verificar sua validade, realizaram alterações para analisar como os agentes reagiam e tentaram explicar os estados intermediários de cada agente até alcançarem o equilíbrio. Entre estes, pode-se citar STAUDINGER (1998), BAŞÇI (1999) que usaram ambientes computacionais e BROWN (1996) que fez experimentos com seres humanos. No tópico abaixo, destaca-se os trabalhos de DUFFY (2001, 2006) e OCHS (1999) e de ROUCHIER (2003).

## 4 APLICAÇÕES DE DUFFY, OCHS E ROUCHIER

### 4.1 Aplicações de Duffy e Ochs

Os economistas DUFFY & OCHS (2001, 2006) realizaram vários experimentos para verificar a validade do modelo de K-W (1989). No primeiro, eles usaram seres humanos em um laboratório computacional, separados entre si, como agentes (ou jogadores).

Os resultados foram satisfatórios na maioria das sessões conduzidas. Entretanto, alguns jogadores se comportaram de forma diferente do esperado. Por exemplo, em 5 sessões realizadas com  $u = 20$ , um terço dos agentes do tipo I agiu de forma especulativa quando o esperado era que usassem a estratégia fundamental. Em outras cinco sessões realizadas com  $u = 100$ , somente um terço dos agentes do tipo I especulou e os que eram do tipo III passaram a especular mais, contrariando o modelo.

Devido às informações que eram transmitidas aos jogadores através do sistema, Duffy e Ochs concluíram que seu trabalho induziu as pessoas a um comportamento especulativo.

Comparado com outros pesquisadores, JOHN DUFFY (2006) fez uma abordagem diferente no que tange à forma de implementar agentes artificiais baseados no modelo de K-W (1989). Seu foco principal foi verificar se um sistema

computacional baseado em agentes poderia ser usado para testar a validade do modelo de K-W. Ele tomou, como base para o comportamento dos agentes, os experimentos anteriores feitos com seres humanos. Então, o número de agentes não poderia ser muito alto, tampouco o número de períodos da simulação.

Todo o modelo de DUFFY (2006) é baseado em descobertas experimentais feitas com OCHS (1999). Ele trabalhou com simulações que possuíam um total de 18 ou 24 jogadores (seis ou oito jogadores de cada tipo). Uma simulação é equivalente a uma sessão que é dividida em jogos, os quais são divididos em períodos. Um período corresponde a uma rodada da simulação. Em cada período, os agentes são colocados aleatoriamente diante de seus pares para negociarem entre si.

O valor de  $\beta = 0,90$  indica a chance de o jogo continuar. O jogo termina quando uma variável do sistema que é comparada a  $\beta$  ultrapassa o valor de 0,90.

As decisões que os agentes tomam são baseadas em uma função geradora de números pseudo-aleatórios que usa uma semente dinâmica.

A probabilidade de os agentes jogarem a estratégia  $s_i=0$  é dada por:

$$\Pr[s_i^j(t) = 0] = \frac{e^{x_i^j(t)}}{1 + e^{x_i^j(t)}}, \quad (3)$$

onde  $s_i^j(t) = 0$  significa que o agente  $j$  do tipo  $i$  não aceita a troca do bem  $i + 1$  pelo bem  $i + 2$  e  $x_i^j(t)$  é a diferença entre o benefício de se armazenar o bem de produção  $i + 1$  e o benefício de se armazenar o bem  $i + 2$ .

O método usado para a aprendizagem dos agentes é o aprendizado por reforço (SUTTON, R.S.; BARTO, A.G., 1998). Inicialmente, a probabilidade de o agente usar a estratégia  $s_i=0$  é de 50%, o que reflete o estado de indecisão no início do jogo. Com o passar dos períodos, o agente obtém sucessos ou fracassos e a probabilidade descrita acima vai se modificando.

O aprendizado por reforço sugere que se um agente tem mais sucesso armazenando o bem  $i + 1$  em vez do bem  $i + 2$ , então a chance de aceitação do bem  $i + 1$  em uma troca futura aumenta. Isto representa a crença do agente de que seus ganhos podem ser maximizados e reflete o comportamento dos jogadores humanos que modificavam suas ações baseados em conhecimentos anteriores de sucesso ou fracasso.

Duffy notou que os resultados de suas simulações foram muito similares às aquelas obtidas em experimentos realizados com OCHS (1999). Ele usou os mesmos parâmetros e cada agente começou o jogo com seu bem de produção.

As médias tomadas sobre as cinco sessões feitas por Duffy são mostradas na Tabela 3 (modelo 1) da próxima sessão. Apesar da similaridade com o trabalho feito por Ochs (1999), os agentes dos tipos I e III não agiram como esperado.

Em uma análise individual, Duffy notou que alguns agentes do tipo I usaram a estratégia fundamental durante toda a simulação. Outros, a partir do período em que aprenderam a especular, usaram esta estratégia até o fim do jogo. Um fator significativo é que este comportamento polarizado já é definido nas primeiras experiências de troca do agente. Incentivos recebidos no início levaram o agente a escolher sua estratégia e não trocá-la durante a simulação. Os agentes são

emparelhados aleatoriamente e a maneira como eles conduzem as trocas é baseada em cálculos probabilísticos. Duffy atribui isto à heterogeneidade dos agentes e aos incentivos que eles receberam (representados por  $u$ ) (DUFFY, J., 2001).

## 4.2 Aplicações de Rouchier

Em seu trabalho, a pesquisadora JULIETTE ROUCHIER (2003) busca replicar as simulações feitas por DUFFY (2001). Como ela não consegue reproduzir os mesmos resultados, é levada a discutir a racionalidade dos agentes e a maneira como os resultados são descritos.

Na tentativa de entender melhor o comportamento dos agentes, ROUCHIER (2003) implementa seis modelos: dois repetem as simulações de DUFFY (2001) e os outros quatro são variações sobre estes dois primeiros. Aqui, para facilitar o entendimento, os modelos serão numerados de um a seis.

O modelo 1 repete exatamente o que Duffy fez, as mesmas restrições, parâmetros e características, especialmente no que concerne às decisões que os jogadores precisam tomar (DUFFY, J., 2001). O modelo 2 é equivalente a um dos tratamentos feitos por Duffy em seu modelo onde os jogadores do tipo 2 e 3 são automatizados. Seus comportamentos se tornam iguais àqueles descritos pelo modelo de K-W (1989), ou seja, eles sempre usam a estratégia fundamental. Como a autonomia é uma característica intrínseca de um agente, não é possível rotular estes jogadores de agentes.

Os quatro modelos seguintes são variações dadas por Rouchier aos dois primeiros modelos. Para cada modelo acima, Rouchier elaborou duas versões. Na primeira versão, ela muda a maneira como os agentes conduzem suas trocas. Uma vez que o agente trocou o bem  $i + 1$  pelo bem  $i + 2$ , o contrário não é permitido mais. Ela chama estes agentes de "agentes de racionalidade estável". No modelo 3, todos os jogadores são também agentes, ou seja, possuem autonomia em suas ações. No modelo 5, os jogadores de tipos II e III são automatizados. Isto significa que eles seguem as regras pré-definidas do modelo de K-W (1989) em suas ações.

Na segunda versão, Rouchier muda o significado da variável  $I_{(i+1)}^f$  que representa quantas vezes um agente, que tem o bem  $i + 1$ , falhou em obter seu bem de consumo. Para Duffy, toda vez que um agente passa por um período sem obter seu bem de consumo, acrescenta-se uma unidade a esta variável. Para Rouchier, há uma condição: para se caracterizar uma falha, o outro agente com que ele negocia deve ter seu bem de consumo. O nome que ela dá a estes agentes é "agentes de racionalidade variável". No modelo 4, todos os jogadores são autônomos. No modelo 6, somente os jogadores do tipo 1 são autônomos. Simetricamente, determina-se o valor da variável  $I_{(i+2)}^f$ .

A Tabela 2 resume as simulações realizadas por Rouchier. Quando existem jogadores automatizados interagindo com jogadores autônomos, ela caracteriza o sistema de racionalidade heterogênea. Quando todos os jogadores são autônomos, diz-se que o sistema possui racionalidade homogênea.



**TABELA 2** – Simulações realizadas por Rouchier. As simulações que reproduzem os trabalhos de Duffy estão em itálico. Aquelas que foram acrescentadas por Rouchier estão em formatação normal.

	Agentes racionais	Agentes de racionalidade estável	Agentes de racionalidade variável
Racionalidade homogênea	<i>Duffy: 5 simulações</i> Rouchier: média aritmética e desvio padrão sobre 100 simulações	Média aritmética e desvio padrão sobre 100 simulações	Média aritmética e desvio padrão sobre 100 simulações
Racionalidade heterogênea	<i>Duffy: 5 simulações</i> Rouchier: 5 simulações onde 23 jogadores dos tipos 2 e 3 são automatizados	Série de 100 simulações, onde 23 jogadores dos tipos 2 e 3 são automatizados	Série de 100 simulações, onde 23 jogadores dos tipos 2 e 3 são automatizados

## 5 MODELO IMPLEMENTADO E RESULTADOS ALCANÇADOS

### 6

Este tópico apresenta um sistema computacional baseado na plataforma Swarm que implementa um modelo similar ao de DUFFY (2001) e usa as contribuições feitas por ROUCHIER (2003). Segue-se também os resultados obtidos e alguns comentários.

#### 5.1 O Sistema baseado nos Trabalhos de Duffy e de Rouchier

Seguindo o exemplo de ROUCHIER (2003), o modelo usado aqui foi dividido nos seis tipos descritos na seção anterior.

A distribuição inicial de bens pelos tipos de agentes em cada jogo é configurada para se tornar o mais próximo possível do equilíbrio de Nash, isto é, o equilíbrio previsto por KIYOTAKI-WRIGHT (1989), conforme mostrado nas Figuras 1 e 2. A quantidade de agentes que interagem entre si é igual a 24, mas, em algumas simulações, este número foi acrescido para se fazer outros testes.

Uma entidade auxiliar chamada mediador foi criada para servir como interface entre os agentes e registrar suas transações. No início de cada período, o mediador coloca os jogadores em pares usando uma função geradora de números aleatórios. Então, cada agente decide de forma independente pela realização da troca. A cada período, o valor utilidade e o custo de oportunidade dos bens  $i + 1$  e  $i + 2$  são atualizados para formarem a experiência do agente.

A condição de parada do jogo é configurada na camada superior do sistema. Quando uma determinada variável alcança um valor que excede  $\beta$ , o jogo termina.

A plataforma Swarm (MINAR, N., et al., 1996) foi usada como base para o desenvolvimento do sistema. Ela foi útil para separar em camadas diferentes os agentes envolvidos nas trocas dos agentes usados no gerenciamento do próprio sistema, como os observadores cuja função é extrair dados.

A Figura 3 esclarece esta situação, mostrando os agentes que tratam do gerenciamento do sistema separados dos agentes que se relacionam com o modelo em si. Primeiramente, os agentes observadores são alocados na memória. Estes, por sua vez, criam uma instância do moderador e de cada agente que vai participar da simulação. Em seguida, os observadores ordenam ao moderador que inicie a simulação.

O moderador coloca os agentes em pares aleatoriamente e envia uma mensagem para que cada agente decida pela troca. Os agentes observam o bem que o seu parceiro possui e a sua própria experiência adquirida a partir de trocas passadas que é representada pelos valores utilidade e custo de oportunidade de cada bem ( $i + 1$  e  $i + 2$ ). Esta experiência aumenta ou diminui a probabilidade de o agente desejar o bem do seu parceiro. Se os dois agentes concordarem com a troca, esta é realizada. Caso contrário, eles permanecem com seus bens e aguardam o próximo período. O moderador verifica quais duplas de agentes vão fazer as trocas e envia um comando para que elas sejam realizadas. Na sequência, cada agente atualiza seus respectivos valores utilidade e custos de oportunidade.

Os agentes observadores registram os dados do período: emparelhamento dos agentes, pontuação anterior e posterior ao período, pares de agentes que realizaram as trocas, distribuição dos bens pelos tipos de agentes, frequência em que o bem  $i + 1$  foi oferecido em troca do bem  $i + 2$ .

Uma variável do sistema é comparada com  $\beta$ . Se for superior, a simulação termina. Se não, um novo período é iniciado. Ao final, os observadores mostram um retrato global da simulação, bem como os detalhes do que aconteceu com cada agente em cada período.



**FIGURA 3** – Diferentes camadas do sistema implementado neste trabalho

Fica claro que a representação do modelo de K-W (1989) na forma de um sistema multi-agentes é a mais natural visto que, cada jogador do modelo pode ser descrito como um agente do sistema.

Quanto à técnica de aprendizado por reforço (SUTTON, R.S.; BARTO, A.G., 1998), os agentes usam-na para melhorar suas decisões a cada período de forma a maximizar seus ganhos. Como já explicado anteriormente, no início, a probabilidade de se escolher um bem ou outro é de 50%, o estado de completa dúvida do agente. Num exemplo simples, pode-se citar o caso de um agente A que se encontra neste estado inicial, de posse do bem  $i + 1$  e se depara com outro agente B que possui o seu bem de consumo. Logicamente, A vai sugerir a realização da troca. Se B concordar, o agente A consome o bem recebido, coloca em sua área de armazenamento seu bem de produção  $i + 1$  e aumenta a pontuação deste bem, pois foi através dele que A conseguiu o desejado bem de consumo. Este seria um caso de sucesso. Por outro lado, se B discordar em realizar a troca, esta não acontece. Então A diminui a pontuação relativa ao bem  $i + 1$ , entendendo que a posse deste bem o atrapalha no alcance de seu objetivo.

No primeiro caso, o agente A tende a preferir o bem  $i + 1$  ao bem  $i + 2$ . No segundo caso, ocorre o contrário. Em relação à técnica de aprendizado por reforço, a posse inicial do bem  $i + 1$  é a tentativa do agente A de obter seu bem de consumo. A resposta do ambiente, simbolizada pela resposta do agente B, indica se ele obteve sucesso ou não. Diante disto, o agente A ajusta suas variáveis na esperança de se sair melhor nos próximos períodos.

O modelo aqui apresentado gerou importantes resultados. Estes são relatados logo a seguir.

## **5.2 Resultados e Comparações com os Trabalhos de Duffy e de Rouchier**

Em média, vinte simulações foram conduzidas para cada tipo de modelo, onde cada simulação tinha uma média de 100 períodos e usavam 24 jogadores. Para alguns modelos, simulações extras foram conduzidas para se identificar mais claramente algumas características do comportamento dos agentes. Os valores médios com que cada tipo de agente ofereceu seu bem de produção  $i + 1$  pelo bem  $i + 2$  são apresentados na tabela 3. Eles são comparados aos valores obtidos por DUFFY (2001) e por ROUCHIER (2003).

**TABELA 3.** Os valores médios de especulação (em %) calculados para cada metade da simulações conduzidas por este trabalho em seis modelos diferentes. Os valores são comparados àqueles apresentados por Duffy e por Rouchier.

Modelo	Quem	Agentes do tipo 1		Agentes do tipo 2		Agentes do tipo 3	
		1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2	1 <sup>a</sup> 1/2	2 <sup>a</sup> 1/2
1	Duffy	19.00	32.00	77.00	99.00	22.00	4.00
	Rouchier	74.00	68.00	80.00	93.00	73.00	81.00
	Este trabalho	61.74	67.28	61.62	67.28	66.97	65.03
2	Duffy	62.00	73.00 100.0	100.00	100.00	0.00	0.00
	Rouchier	91.00	0	100.00	100.00	0.00	0.00
	Este trabalho	78.60	88.22	96.80	95.81	0.00	0.00
3	Rouchier	68.00	77.00	76.00	79.00	66.00	66.00
	Este trabalho	49.40	55.90	55.15	53.38	57.73	54.15
4	Rouchier	45.00	42.00	53.00	47.00	42.00	52.00
	Este trabalho	44.45	63.60	61.82	55.28	25.58	11.18
5	Rouchier	80.00	88.00	100.00	100.00	0.00	0.00
	Este trabalho	75.18	89.07	95.27	96.76	0.00	0.00
6			100.0				
	Rouchier	80.00	0	100.00	100.00	0.00	0.00
	Este trabalho	70.62	84.01	97.02	96.89	0.00	0.00

No modelo 1, que foi o mais estudado por Duffy, nota-se que ele não obteve sucesso com os agentes do tipo I porque somente um terço especulou, mas obteve excelentes resultados com os outros tipos de agentes. No trabalho representado por este artigo e no trabalho de ROUCHIER (2003), uma parcela maior de agentes do tipo I especulou, aproximadamente dois terços. Houve uma grande oferta de bens entre todos os jogadores, incluindo aqueles do tipo III que produzem o bem 1 que é o mais barato. Isto mostra que os agentes de Duffy têm uma característica ainda não identificada e que os dá um comportamento diferente. Deve-se notar que Duffy projetou os agentes baseados em experimentos com seres humanos. De acordo com Rouchier, estas particularidades humanas foram implementadas por Duffy, mas não foram reportadas em seu artigo.

O resultado deste trabalho difere pouco dos trabalhos de Rouchier e de Duffy quando se considera o comportamento dos jogadores do tipo II nos modelos 2, 5 e 6 onde estes jogadores e os do tipo III são automatizados. Quando os detalhes são analisados para cada período da simulação, observa-se que haviam alguns momentos em que os agentes do tipo II não tinham chance de oferecer seu bem de produção 3 em troca do bem 1. Isto aconteceu porque eles foram emparelhados com um agente que tinha seu bem de consumo 2 ou com um agente que também tinha o bem 3 armazenado. Como resultado, o sistema retornava, neste período, o valor 0 para a oferta de agentes do tipo 2. A questão é como os outros cientistas comparados aqui fizeram seus cálculos de ofertas. Acredita-se que não foi diferente do descrito por Rouchier. Assim, algumas simulações foram realizadas com mais

agentes (30, 36, 42 e 54 agentes). Observou-se que à medida que o número de agentes aumentava, os valores das ofertas convergiam para 100%. Isto é uma consequência natural porque quanto mais agentes a simulação tem, maior a chance de se encontrar alguém armazenando o bem 1.

Dentre os três modelos em que todos os jogadores são autônomos, o melhor resultado para os jogadores do tipo III foi obtido no modelo 4. Eles usaram a estratégia fundamental e, em algumas simulações, havia mais especulação entre os agentes do tipo I: até 80%.

Como mostrado, os resultados são bastante razoáveis nos modelos 2, 4, 5 e 6 porque eles convergiram para o equilíbrio descrito pelo modelo de K-W (1989). Para os modelos 1 e 3, os agentes foram examinados individualmente para se identificar a razão pela qual eles não se comportaram como esperado. Usando-se a técnica de aprendizado por reforço (SUTTON, R.S.; BARTO, A.G., 1998), o agente aumenta sua experiência a cada período. No início, porém, ele depende inteiramente da função geradora de números aleatórios que determina qual decisão o agente deve tomar no caso de estar diante de um agente que não tem o seu bem de consumo, nem seu bem armazenado. A probabilidade de o agente agir da maneira esperada no início é de 50%. Pode ocorrer de o agente decidir fazer uma troca diferente da esperada pelo modelo de K-W e, em período subsequente, obter sucesso com o bem armazenado. Em interações futuras, esta ação irá aumentar as chances de o agente realizar o mesmo tipo de troca.

ROUCHIER (2003) leva em consideração a quantidade de agentes e o tempo que eles precisam para assimilar a melhor decisão. No modelo 1, durante sete simulações feitas com 18 agentes por tipo e com uma média de 240 períodos, 71,4% dos agentes do tipo 1 especularam.

Portanto, bons resultados foram alcançados para alguns modelos, enquanto outros precisam ser melhorados. Seria de grande valia, se algum pesquisador descobrir como Duffy projetou o raciocínio dos agentes. Com este conhecimento, seria possível repetir suas simulações mais facilmente.

## 6 CONCLUSÃO

O modelo teórico-econômico de KIYOTAKI-WRIGHT (1989) foi apresentado como uma abstração para o limitado mercado do escambo. Neste modelo, uma mercadoria surge como meio de troca. Experimentos conduzidos por DUFFY & OCHS (1999) com seres humanos e simulações de Duffy (2001, 2006) com agentes artificiais confirmaram a robustez e a eficácia do modelo de K-W. A descrição destas simulações foram usadas como base para se repetir o trabalho de Duffy. Outras formas de implementação sugeridas por ROUCHIER (2003) também foram usadas para comparação.

Dos seis modelos reportados aqui, quatro deles tiveram bons resultados. Para os outros dois, houve necessidade de se aumentar o número de agentes e o número de períodos da simulação com o objetivo de se aproximar do resultado esperado. Outro fator decisivo foi que, em uma análise individual, alguns agentes do tipo I obtiveram sucesso ao usar a estratégia fundamental em vez de se usar a estratégia esperada, a especulativa.

O *framework* Swarm (MINAR, N., et al., 1996) foi importante para se ajudar na estruturação do código e para se diminuir o tempo de desenvolvimento. Não ajudou a melhorar os resultados apresentados, mas este não era seu objetivo. O uso desta plataforma vai facilitar comparações futuras de resultados.

Para os próximos estudos, a sugestão é examinar, para cada modelo, as consequências sobre os pontos de cada agente ao se mudar os parâmetros. Outros modelos podem ser criados para testar o comportamento dos agentes. Para melhorar seu raciocínio, um ambiente que permita aos agentes visualizar mais claramente e de forma mais completa a situação do mercado pode ser criado e, assim, fornecer condições mais favoráveis para se chegar à decisão certa.

## REFERENCIAS

ALCHIAN, A. Uncertainty, Evolution and Economic Theory. **The Journal of Political Economy**, v. 58(3), p. 211-221, 1950.

BROWN, P. M. Experimental Evidence on Money as a Medium of Exchange. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 20, 583-600, 1996.

DUFFY, J. **Agent-Based Models and Human Subject Experiments**. In: TESHATSION, L.; JUDD, K. L. Handbook of Computational Economics. North-Holland: Elsevier, v. 2, p. 949-1011, 2006.

DUFFY, J. Learning to Speculate: Experiments with Artificial and Real Agents. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 25 (3-4), p. 295-319, 2001.

DUFFY, J.; OCHS, J. Emergence of Money as a Medium of Exchange: An Experimental Study. **American Economic Review**, v. 89(4), p. 847-877, 1999.

KIYOTAKI, N.; WRIGHT, R. On Money as a Medium of Exchange. **The Journal of Political Economy**, v. 97, p. 927-954, 1989.

MENGER, Carl. **Principles of Economics**. Auburn: Ludwig von Mises Institute, 1871.

MINAR, N., et al.: The **Swarm simulation system: a toolkit for building multi-agent simulations**. Santa Fe: Santa Fe Institute, 1996.

ROUCHIER, J. Re-implementation of a multi-agent model aimed at sustaining experimental economic research: The case of simulations with emerging speculation [online]. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation**, v. 6, n. 4, 2003. Disponível em <http://jasss.soc.surrey.ac.uk/6/4/7.html>. Acesso em: 05 de dezembro de 2009.

STAUDINGER, S. Money as a Medium of Exchange: an Analysis with Genetic Algorithms. **Technical University**, Vienna, 1998.

YASUTOMI, A. **The Emergence and Collapse of Money**. Physica D, v. 1-2, p. 180-194, 1995.